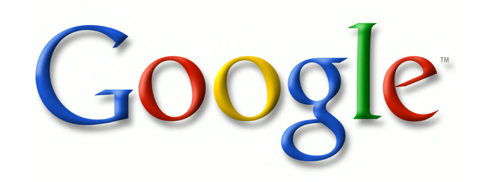



Phys 390 21

HARVARD COLLEGE LIBRARY

BOUGHT FROM THE INCOME OF THE FUND
BEQUEATHED BY
PETER PAUL FRANCIS DEGRAND
(1787–1855)
OF BOSTON

FOR FRENCH WORKS AND PERIODICALS ON THE EXACT SCIENCES
AND ON CHEMISTRY, ASTRONOMY AND OTHER SCIENCES
APPLIED TO THE ARTS AND TO NAVIGATION



SAI SUR LA MÉTAPHYSIQUE DES FORCES,

inhérentes à l'essence de la matière,

ET

INTRODUCTION

À UNE NOUVELLE THÉORIE ATOMO-DYNAMIQUE,

par Alexandre Schyanoff

Lieutenant-Capitaine de l'Armée russe

Ut omnia candidè legantur et defectus in materiâ tam difficili non tam reprehendantur, quam novis lectorum conatibus investigentur, et benignè suppleantur, enixè rogo.

Newton. Phil. nat. princ. math. Præf. ad lect.

MÉMOIRE PREMIER et SECOND.

DEUXIÈME ÉDITION,

revue, corrigée et considérablement augmentée

KIEW.

Impr. et Lith. S. Koulgenko et V. Davidenko.

1868.

Дозволено цензурой. Кіевъ, 1865 года іюля 2-го дня.

PRÉFACE

à la première édition.

La présente brochure est un extrait d'un ouvrage inédit sur la théorie générale de la matière, que je me proposais de faire imprimer avec le temps.

En attendant, plusieurs amis, des jeunes gens surtout, voués à l'étude, m'ayant sollicité à mettre au jour, par parties et sous forme de mémoires, les résultats de mes recherches, j'ai cru devoir céder à leur désir et, pour commencer, je publie cette première série ayant pour objet l'un des problèmes les plus obscurs de la philosophie naturelle, — une question qui a agité les esprits, pendant vingt-cinq siècles. Les mémoires suivants paraîtront l'un après l'autre, et si ces travaux ont le bonheur d'exciter l'intérêt des ames contemplatives, le mode de rédaction que jai choisi me servira à rectifier les théories à venir conformément aux objections fondées et aux indications dont peut-être on voudra bien m'honorer et que je recevrai toujours avec la plus parfaite reconnaissance.

La nouveauté a plus de prise sur des intelligences vierges: j'ai donc dû compter sur la pluralité de lecteurs bien moins exercés aux spéculations métaphysiques et aux procédés de l'analyse infinitésimale. Cela fait que la méthode que j'ai choisie est très-élémentaire. Aussi, sans m'attendre au reproche de prolixité, je suis entré dans des détails de calcul superflus peut-être pour des articles de cette nature: j'ai donné partout les valeurs des intégrales indéfinies (faciles à vérifier par la différentiation) et des figures à la fin du mémoire. En un mot, j'ai écrit cette brochure pour des étudiants: mais je dois faire observer, que celui d'entre eux qui n'aura subi son cours d'analyse que **ex officio**, peut s'épargner la peine de lire plus loin. En fin, je regrette infiniment de n'avoir pas pu mettre ce sujet à la porteé de toutes les personnes dont l'éducation a été soignée: il est très-loin d'être populaire.

La partie métaphysique de cet exposé n'a plus le même degré d'évidence que la partie mathématique [1]). Une croyance complète dans la cause d'un fait de philosophie naturelle exige une espèce de greffe qui ne réussit pas toujours. Cela tient à ce qu'il faut souvent assujettir sa pensée à un certain effort, dont tout le monde n'est pas capable. Pour me servir d'un exemple, j'ose affirmer que sur dix personnes, assez bien élevées, mais pas assez initiées aux théories mécaniques et astronomiques,—sur ces dix personnes, dis-je, qui, pour satisfaire aux exigences de l'amour-propre, répètent, avec les adeptes, que les corps tombent comme par l'effet de l'attraction ou que la Terre tourne, il n'y en a certainement pas plus d'une qui le croie sincèrement. Nos ancêtres avaient la tête bien conformée pour des méditations profondes, et cependant des deux vérités, que je viens de citer, en voilà déjà une qui a coûté si cher à l'illustre et infortuné Galilée.

De cette manière, quelques unes de mes propositions fondamentales pourront paraître obscures et hypothétiques, au premier aperçu ; mais elles deviendront tout-à-fait claires et convaincantes, comme vérités apodictiques, pour celui qui aura lu notre exposé jusqu'à la fin. Que le lecteur persiste donc, dans son incrédulité, s'il ne peut pas faire autrement, mais qu'il aille toujours plus loin, et il verra, par la suite, que de ces prétendues hypothèses se déduisent, une à une, toutes les propriétés essentielles de la matière. Je rappelerai, à cette occasion, la réponse de d'Alembert à une personne qui témoignait des doutes sur quelques points difficiles: «**allez en avant, et la foi vous viendra.**» Je ne saurais me dissimuler la grande difficulté que j'éprouve, en voulant concilier les considérations métaphysiques et les notions mathématiques toutes pures. Mais je crois toutefois que les personnes qui auront la bonne volonté et la patience qui m'ont guidé dans ces méditations séduisantes, ne seront arrêtées par aucun obstacle apparent et iront beaucoup plus loin que moi. Elles me sauront gré, peut-être, de la peine que je me suis donnée pour présenter le sujet en question dans un degré de développement probablement plus avancé que celui de mes prédécesseurs.

Les Académies et les Sociétés savantes, ainsi que les personnes privées, toutes les fois qu'elles ont principalement en vue l'intérêt de la science, publient leurs notices scientifiques le plus souvent en latin, en français, ou

---

[1]) Il y a une différence essentielle entre la méthode mathématique et métaphysique. La première prend les formules comme elles sont et les interprète directement, tandis que la dernière anatomise ces formules et y découvre souvent un sens mystérieux, difficile à prévoir par les mathématiques toutes seules. On aura l'occasion de le vérifier plusieurs fois, dans le cours de nos mémoires.

en allemand (excepté l'Angleterre) mais plus généralement en français, devenu, en quelque sorte, une langue universelle. Je communique mes idées, avant tout, à ma patrie; or, tous mes compatriotes qui ont fait des études quelconques, sont assez versés dans les langues étrangères pour ne pas s'embarrasser de la lecture d'un ouvrage qui ne serait pas écrit en russe. D'ailleurs, un article de physique mathématique n'est pas propre à rendre service à la langue d'un pays et je n'ai pas pu, à regret, utiliser la nôtre qui est encore moins répandue, à l'occident, que les langues orientales: tout l'avantage, sous ce rapport, est de notre côté. Tel est le motif qui m'a fait choisir, pour l'exposition de mes idées, une langue qui ne m'est pas familière.

Enfin, pour tout dire, je dois avouer franchement que je ne suis ni géomètre, ni philosophe : je n'écris qu'à titre d'amateur. L'unique branche des sciences naturelles qui m'ait sérieusement occupé, d'abord comme chasseur, ensuite comme naturaliste par goût, est l'ornithologie. C'est elle qui la première, a étalé, à mes yeux, le luxe et la magnificence des œuvres du Créateur, et c'est elle encore qui a détourné mon activité, sur des sujets,— je ne dirai pas **d'une nature plus sublime**; car tout est sublime dans la conformation du monde physique actuel,—mais sur des sujets plus généraux et, par conséquent, plus abstraits. Or, l'activité toute seule mène rarement à la perfection, et le désir de bien faire ne tient pas toujours lieu de mérite. Aussi, je n'ai ni la prétention, ni la hardiesse d'adresser cette première série de mes méditations directement et ouvertement à de vrais Savants, qui ont déjà des idées arrêtées en matière scientifique. Mais, je m'estimerai toutefois trop heureux, si le présent opuscule mérite, tant soit peu, le suffrage éclairé de cette partie d'élite de la société, qui contribue par ses travaux, aux progrès de l'esprit humain.

Kiew (en Russie)
1857.

PRÉFACE

à la deuxième édition.

Dix années se sont écoulées depuis la première édition qui est épuisée, comme ayant été tirée à un petit nombre d'exemplaires. Elle a paru à Kiew, en Russie, en 1857. Des affaires de famille m'ont empêché pendant très-longtemps, de continuer cet ouvrage et ce n'est que depuis quelques mois que je le reprends.

Cette seconde édition est, pour ainsi dire, une publication tout-á-fait nouvelle, quoiqu'elle ait conservé en partie l'essence de la première. J'ai modifié plusieurs passages, que je n'ai pas trouvés assez clairs à la seconde révision; j'ai vérifié moi-même tous les calculs; j'ai inséré dans le texte, et en partie dans huit Notes, beaucoup d'articles extraits du second Mémoire, qui pouvaient en être séparés sans anticipation. Ainsi par exemple, je n'ai pas trouvé superflu d'ajouter une digression isolée sur les équivalents chimiques, sur les forces moléculaires physiques, sur l'harmonie (article à part), sur la signification mathématique et physique des éléments différentiels etc.: la dernière sur l'éther est même indispensable. J'ai dû donner une Note abrégée sur la manière d'argumenter, pour prévenir l'arrêt des personnes, qui seraient tentées de voir dans le présent ouvrage quelque projet chimérique de construire le monde physique actuel **à priori.**

Je n'ai eu que très-peu d'occasions dans ma vie de faire des observations et des expériences, si ce n'est dans les domaines attrayants de l'ornithologie [1]). J'ai travaillé ensuite, pour ma propre instruction pratique, sous les auspices de notre Astronome célèbre de Poulkova, à l'Observatoire de Dorpat. Mais l'étude de la nature m'entraînait, imperceptiblement et comme malgré moi, vers les écueils dangereux de la philosophie naturelle, où je

---

[1]) Je publierai, plus tard, un spécimen de système ornithologique, mis au niveau des découvertes modernes.

n'avais que la pensée toute pure pour me guider sur cette mer, ailleurs si profonde. Je ne puis donc offrir au public, que les résultats de cette même pensée, élaborée par trente-cinq années d'assiduité. Je n'ai rien trouvé au hasard, je n'ai trouvé que ce que j'ai cherché; mais, en méditant sur la matière, ma pensée a dû nécessairement rencontrer, face à face, la loi de la gravitation universelle, que je n'ai pas cherchée. «C'est chose consolante toutefois, (dit M. Grove, dans son excellent ouvrage [1]), que la pensée «n'est jamais dépensée en vain.» Dieu veuille qu'il en soit toujours ainsi! Mon but essentiel était et sera constamment d'agir sur l'esprit des jeunes gens, voués à l'étude de la nature, et cela prouve suffisamment, que je ne songe qu'à l'intérêt de la science. J'espère fermement, que plus tard ils voudront bien soumettre, à un examen sérieux, les diverses propositions que je n'ai fait qu'ébaucher. Quiconque y chercherait dès-à-présent une apparence de théorie proprement dite, serait dans l'erreur, comme celui qui confondrait l'échafaudage avec l'édifice, dont je ne peux plus être le constructeur. A eux donc plus forts que moi, cette tâche difficile et pénible! Mais, si dans ce moment, je me fais un devoir de communiquer mon ouvrage également aux illustres Sociétés Savantes de tous les pays, c'est pour leur procurer un sujet de distraction, une matière de lecture et nullement un sujet de réflexion. On passera à volonté sur les détails, qu'on jugera superflus. De cette manière, on verra peut-être avec indulgence la peine que je me suis donnée, pour présenter l'ensemble dans un degré de compréhensibilité désirable, à la classe studieuse qui en a besoin. L'intolérance est incompatible avec la science, quand même il serait tout-à-fait vrai de dire, que: «une chose est avilie» auprès de bien des gens, dès qu'elle est facile à concevoir» (Fontenelle). — Mais ce reproche doit s'adresser exclusivement à ces esprits inquiets, qui voyagent partout sans but positif, qui examinent tout sans rien approfondir, qui visitent tous les cours publics avec d'autant plus de zèle qu'ils n'y puisent pas grand'chose. Ils trouvent tout cela facile, par ce qu'ils se contentent de la demi—science et après avoir entendu de loin un Cuvier, un Lagrange, un Lavoisier, ils croient déjà avoir largement bu dans la coupe enchantée du savoir. Ce n'est pas la science qu'ils convoitent: il leur faut ces noms, qui sont une auréole de gloire pour toute l'humanité.

En me reportant à l'époque passée de mes études et de mon bonheur, mes souvenirs s'arrêtent avec reconnaissance sur les sommités scientifiques de toutes les nations, qui ont contribué par leur immense érudition, aux progrès

---

[1]) Corrélation des forces physiques, par W. R. Grove, trad. de l'angl. par M. l'Abbé Moigno. Paris, 1856, in 8°

des sciences mathématiques et naturelles. Si j'ai usé de ce qu'ils ont transmis avec bienveillance, pour l'instruction des contemporains et de la postérité, je dois d'abord témoigner hautement ma plus vive gratitude aux grands génies de la France. Le sort m'a placé dans une position exceptionnelle, où je n'avais pendant longtemps que leurs productions à étudier. J'avais alors, outre cela, un goût décidé pour l'Astronomie physique : on connaissait universellement les œuvres de Laplace. Pouvais-je donc rester volontairement dans les ténèbres, pendant que cet astre éclairait les cinq parties du monde?— Cela explique parfaitement le motif principal qui m'a fait choisir, pour l'exposition de mes idées, une langue qui ne m'est pas familière.

A l'égard des jeunes lecteurs, auxquels j'ai spécialement consacré mes travaux, je dois ajouter, que j'ai préféré être prolixe plutôt que concis, dire plutôt trop, que trop peu. J'ai multiplié, outre mesure peut-être, les détails des propositions et les numéros des formules ; je n'ai pas pu éviter de fréquentes répétitions, en sacrifiant toujours et partout l'élégance à la clarté de l'exposition. Pour être juste, il faut cependant reconnaître, que ces répétitions ne sont qu'apparentes pour la plupart. Tous les rayons d'une sphère aboutissent au même centre, mais le point de vue est différent chaque fois. Nonobstant cela, je ne me flatte pas d'avoir complétement réussi. Il est possible que, pénétré de mon fait, je voie clair dans l'obscurité, par l'effet d'une longue habitude, au milieu des obstacles que je connais d'avance. Ensuite, je m'attends encore à un reproche: je me laisse facilement entraîner par la majesté du sujet, au risque de me fourvoyer dans le style emphatique. S'il ne dépendait que de moi, j'aimerais mieux que le livre de la nature fût un poème, plutôt qu'une table de logarithmes, et quoique le présent ouvrage soit sérieusement qualifié de Mémoire, il n'aspire nullement à un caractère scientifique. Ainsi, après tout, il ne me reste qu'á baser mes espérances sur l'épigraphe: «**ut omnia caudidé legantur.**»

J'ai pris la liberté d'offrir respectueusement en 1857, des exemplaires de la première édition, à plusieurs Sociétés Savantes de l'Europe. Les Académies Impériales des sciences de Paris et de Vienne, les Académies Royales d'Amsterdam, de Bruxelles, de Copenhague, de Munich, de Turin, la Bibliothèque Royale publique de Stuttgard, la Société Royale des sciences de Gœttingue etc., ont daigné accueillir cette offre avec bienveillance et m'informer de la réception. Mais, mon commissionnaire (que je ne nomme pas) a négligé de prendre les mesures nécessaires afin que toutes mes communications parvinssent à leur adresse. Ce qui m'autorise à cette conclusion, c'est que je n'ai pas reçu toutes les informations. dont je pouvais attendre, quelques-unes comme certaines. J'aurais pu sans vanité, attribuer la cause

de cet évènement à différentes circonstances, mais le hasard en a décidé autrement. Après l'épuisement de la première édition, je n'ai cessé de recevoir parfois des lettres, des libraires qui voulaient encore avoir des cahiers. Si j'entre dans ces minutieux détails, c'est pour demander très-humblement excuse à celles des Sociétés Savantes, qui n'auraient pas reçu la première édition, par des raisons indépendantes de moi.

Je m'estimerai donc trop heureux, si cette seconde édition, revue, corrigée et considérablement augmentée, excite l'attention éclairée de mes compatriotes et des savants étrangers, quand même elle serait défavorable à mes vues personnelles. Je me flatte au moins d'avoir déterminé, avec précision, la vraie signification des questions transcendantes et abstraites que j'y discute.

La thèse principale du présent mémoire consiste à prouver, qu'il existe dans la nature deux espèces de matière créée: la **matière pondérable** et l'**éther**. L'une et l'autre ont pour cause fondamentale la **force répulsive**, formulée par **l'impénétrabilité**. La force, relative à la matière pondérable, agit en raison inverse des cubes des distances ; l'autre est réciproque aux cinquièmes puissances. Mais, comme la première n'agit pas à travers le vide et cesse après l'interruption du contact, cela fait que la matière pondérable, déjà remplissant une sphère matérielle homogène, d'une densité infinie, n'est plus susceptible d'aucun développement ultérieur et cela a lieu, lorsque **le rayon** α de la sphère susdite **est une ligne constante, indivisible, physiquement moindre que chaque ligne donnée** (Note IV). Au centre la force est nulle, à la surface elle est infinie, et dans l'intervalle α elle a tous les degrés d'intensité, depuis 0 jusqu'à ∞. Ainsi, la force répulsive à la surface $4\pi\alpha^2$ de la sphère (que nous nommons **atome**) doit être **nulle et infinie** en même temps. **Nulle**, pour satisfaire au caractère essentiel d'une force réciproque aux cubes des distances, qui ne permet plus aucune portée au dehors aussitôt qu'il y a là quelque part une **solution de continuité** pour la matière; **infinie**, parce que le calcul l'exige. Cette double condition est irréalisable sumultanément, à moins que la **force répulsive** ne change de signe à la surface de l'atome, en passant par l'infini, et ne se convertisse après cela en attraction, à toutes les distances. Elle prend alors le nom de **gravitation universelle, subordonnée** à la **loi newtonienne**, ce que nous avons démontré avec toute la rigueur mathématique.

La seconde **force répulsive** est afférente à l'éther, et comme son rapport, inverse aux cinquièmes puissances, admet une action illimitée à toutes les distances du centre actif, même à travers le vide, cela fait qu'elle n'a plus qu'une seule condition à remplir, notamment, celle d'être constamment **infinie** à la surface de l'atome, que cette fois nous nommerons **étheratome**

et qui est **divisible à l'infini.** Ne pouvant plus changer de signe à la surface, la force expansive de l'éther ne peut pas non plus passer par l'infini et cela intervertit tout-à-fait l'ordre du phénomène, savoir que: la force presse sans interruption sur la surface intérieure de la matière éthérée, conformément à la **loi de Mariotte**, et comme cette pression n'est contre-balancée par aucune résistance affluant de l'extérieur, il en résulte, que la force expansive entraîne avec soi la surface, à une distance infinie du centre, et partant, le développement de l'éther ne s'arrête nulle part, tandis que sa densité décroît progressivement et tend sans cesse vers une raréfaction sans limites. Ces considérations, bien établies par le calcul, saccordent parfaitement avec ce qui a effectivement lieu dans la nature.

Les thèses secondaires sont nombreuses; elles sont exposées dans le texte, avec des détails qui seraient répréhensibles, si notre traité avait la prétention d'être un ouvrage scientifique. Ils sont inséparables les uns des autres, s'enchaînent tous mutuellement et se prêtent un commun appui. Cette partie de l'ouvrage est destinée exclusivement à la jeune génération. Ce n'est donc que dans le cadre d'un apercu général, que je me permets de la présenter à l'attention impartiale des grands Moteurs de la science. Ceux qui ont le privilége d'être juges, dans une cause quelconque, n'ont pas besoin de recourir aux demi-mesures, pour faire valoir franchement leur opinion, et je préfère une réfutation formelle à ces arrêts équivoques, qui ne nient et n'affirment rien.

Quelques avis que j'ai reçus de MM. les libraires de Paris, au sujet de la première édition, m'ont fait part d'un cas imprévu, notamment: que les mathématiciens, proprement dits, ont déclaré ne pas être aptes à juger la question. J'ai averti dans la préface précédente, que je ne suis pas géomètre. Le traité sur la matière, que je publie dans ce moment, prouve déjà par son titre (toujours le même), qu'il ne se rapporte essentiellement ni à la Mécanique rationnelle, ni à la Physique mathématique et qu'il attend la décision des naturalistes—métaphysiciens. Mais comme le calcul est cependant un moyen constant de vérification aux résultats que j'ai exposés, ils sont nécessairement sous le contrôle des mathématiciens proprement dits, quand même le fond de la question ne serait d'aucun intérêt pour les Mathématiques. Toutefois les avis que j'ai reçus m'ont été très-utiles! Ils m'ont engagé à séparer, par une ligne de démarcation bien tranchée, la partie mathématique de ce mémoire, de ses propositions purement métaphysiques.

Essai
sur la
MÉTAPHYSIQUE
des
FORCES,
inhérentes á l'essence de la matière, et introduction à une nouvelle théorie atomo-dynamique.

—•—

Notions préliminaires.

§ 1.

Qu'est-ce que la *matière!*.....

Qu'est-ce que cette *existence* énigmatique et même contestée par les ultra-idéalistes; existence que tout le monde croit connaître, mais que personne ne connaît, qui n'a jamais été *immédiatement* sentie, jamais clairement conçue, qui a fait travailler la pensée pendant vingt-cinq siècles, qui ne se manifeste que précisément là où elle n'est pas?

Tel est l'imposant problème qui doit nous occuper dans le cours de ce mémoire.

§ 2.

Que l'on explique ou définisse la matière, comme on voudra, on ne fera que retourner, dans tous les sens, la proposition à peu-près suivante:

La matière est ce *contenu* (placé, quelque part, dans le *contenant,* ou espace absolu) qui EMPÊCHE qu'un autre contenu analogue *n'envahisse* l'espace que le premier occupe, *pendant qu'il l'occupe,* et ne s'identifie avec lui. D'après cette définition, deux portions distinctes de matière ne peuvent pas coexister dans les mêmes parties de l'espace absolu, ou occuper le même *espace,* dans le même *temps.* Cette faculté, inhérente à la matière, a pris le nom technique *d'impénétrabilité,* identique avec celui *d'indestructibilité;* nous y reviendrons plus loin.

On voit, d'après cela, que l'idée de la matière implique, avant tout, les idées de l'espace et du temps.

§ 3.

De toutes les définitions de l'espace et du temps, énoncées comme axiomes et sans être soumises à un examen détaillé et approfondi, nous ne citerons que celles de M. Pouillet, extraites de ses *Éléments de physique.* Les voici:

«L'idée d'espace est une idée complète qui se suffit à elle-même, c'est-«à-dire que nous pouvons concevoir l'espace et rien dans cet espace; mais «elle n'est point une idée exclusive avec laquelle rien ne se puisse associer. «Dans l'espace, nous pouvons concevoir *l'impénétrabilité* et l'impénétrabilité «c'est *la matière.* On n'a pas raison de dire que la matière a deux pro-«propriétés essentielles: *l'étendue* et *l'impénétrabilité:* ce ne sont pas des «propriétés, c'est une définition. On conçoit l'impénétrabilité; on l'ap-«pelle matière, et voilà tout.» Il est difficile de bien dire plus en si peu de mots et après une proposition aussi claire et concise, il est encore plus difficile d'adhérer à l'opinion de Descartes qui réfutait complètement la possibilité du vide, d'après la fausse idée d'identité entre l'étendue et la matière. Il soutenait que l'espace est matériel, en tant qu'il est étendu, et que le vide est une contradiction, par ce que l'existence de l'espace suppose l'existence de la matière, et qu'en admettant le vide, on nie la condition essentielle pour la réalité de l'étendue, c'est-à-dire qu'en annulant la matière on aboutit à une négation, qui ne peut pas exprimer une idée de quoi que ce soit. On voit sans peine que ce raisonnement est un pur sophisme. En effet, si l'univers entier n'était composé que d'êtres immatériels, dont chacun n'aurait que la conscience métaphysique de sa seité (de son *moi),* alors il leur serait impossible d'avoir une idée quelconque de l'étendue et de l'espace absolu: mais cet espace vide n'en aurait pas moins une réalité objective, *sui generis,* car autrement ce serait de la matière. Dailleurs, nous pouvons, sans le moindre effort de l'imagination concevoir un espace vide, tout aussi bien qu'un espace matériel, et même, notre entendement, qui a déjà une fois connu l'existence de la matière, admet involontairement que l'espace absolu et vide préexiste à la matière, comme quelque chose qui devait recevoir dans son sein le corporel de la création.

L'idée du temps est encore moins exclusive que celle de l'espace, vu que déjà nos idées, considérées en elles-mêmes (comme de simples: «*cogito, ergo sum),* c'est-à-dire, sans aucun rapport à l'espace ou à la matière, doivent cependant avoir un commencement et une fin, notamment une durée quel-

conque. «Tous les mouvements extérieurs (dit M. Pouillet, ibid) pourraient «être suspendus, les astres pourraient cesser de tourner, les nuages pour«raient êtres immobiles, l'eau cesser de couler; et cependant, au milieu de «ce repos universel, nous saurions encore que le temps se peut subdiviser, «bien que nous n'eussions plus aucune mesure de ces subdivisions».

§ 4.

Les idées de l'espace et du temps sont pour la conception de la réalité de la matière une condition nécessaire, mais insuffisante. En effet, nous avons employé (§ 2) l'expression «EMPÊCHE» qui donne naturellement lieu à la question; par quel moyen?

C'est un moyen qui est inhérent à l'essence de la matière et que nous nommerons *force*. Quoique cette réponse, empruntée à la physique dynamique, ne plaira peut-être pas à tout le monde, mais nous démontrerons rigoureusement, plus tard, que: la matière n'agit sur la matière et sur nos sens, que précisément par le moyen de ce que tout le monde connaît sous le nom de *force*. Nous prendrons donc, comme axiomes, les deux propositions suivantes : a) Puisqu'il est impossible d'être *matériellement* là où la matière se trouve, il en résulte que *la matière ne peut manifester sa réalité*, à l'égard de la matiére et de nos sens, *que* précisément *là où elle n'est pas* [1]). Il est donc physiquement impossible de connaître la matière en elle-même. b) Si la matière ne possédait pas la faculté de se manifester *là où elle n'est pas*, à l'aide d'un agent *immatériel* quelconque, son existence pour nous ne serait qu'une chimère. Cet agent porte, d'après ce qui précède, le nom de force et si, pour le moment, on se contente de prendre le mot *force*, comme une simple *définition*, cela voudra dire que la matière ne peut être définie qu'au moyen de la force.

La proposition (a), évidente tant qu'on ne considère que l'action de la matière sur la matière, exige peut-être quelque développement, pour l'action de la matière sur nos sens. A cet effet, n'oublions pas que tous nos sens, relativement au monde extérieur, se réduisent finalement au sens du toucher qui ne nous fait saisir que l'extrême dehors des choses, au moyen des im-

---

[1]) On pourrait citer un grand nombre d'exemples, à l'appui de cette vérité, même dans le cas du contact des corps; on n'aurait que l'embarras du choix. Mais en voici un qui se jette aux yeux de tout le monde: c'est l'action du soleil et de la lune sur les eaux de l'océan. La proposition (a) rappelle les *paradoxes hydrostatiques* de Robert Boyle. comme p. ex. celui que les liquides ne gravitent pas *in proprio loco*, c à. d. que l'eau n'a aucun poids dans l'eau, parce qu'elle y est à sa place etc.

pressions, c'est-à-dire au moyen des *forces*. De plus, la matière de notre propre corps, n'agit pas autrement sur nous-mêmes, sinon qu'elle nous rend, extérieurement, sensation pour sensation, sans nous permettre de sentir les éléments constitutifs, physiques et chimiques, qui entrent dans la composition de notre être matériel. Est-ce que nous connaissons, par nous-mêmes, nos organes intérieurs? Est-ce que nous sentons par ex: le goût du sang qui circule dans nos veines, et pour le sentir, ne faut-il pas porter ce sang sur la langue, tout-à-fait comme on le ferait avec un corps étranger à notre organisme? [1]) Il en résulte à la fin que dans toute la nature, nous ne connaissons et ne pouvons connaître que des *forces*. La théorie générale de la matière ne serait après cela, qu'une étude approfondie de toutes les forces de la nature, réduite en système, et la philosophie naturelle, dans son acception la plus étendue, une grande théorie, purement dynamique. Mais nous donnerons, plus tard, la vraie signification de ce paradoxe. Contentons-nous de dire, pour le moment, que l'idée de la force n'exclut pas celle de l'existence de la matière et que l'idée de la matière, à son tour, nous conduit immédiatement à l'idée de la force. [2]) Arrêtons-nous à cette idée.

§ 5.

Dans ces siècles de l'innocente simplicité, où l'inconnu marchait de front avec le merveilleux, l'homme saisi d'étonnement, à l'aspect des grandes scènes de la nature, leur accorda les honneurs de l'apothéose. Les forces de l'univers furent déifiées, les idées sur l'origine du monde s'amalgamèrent avec les dogmes et les rites religieux. La science occulte se réfugia auprès des autels et les prêtres devinrent les dépositaires des mystères de la création. Le bien et le mal se sont personnifiés dans la dualité des influences, favorables, ou contraires, que les phénomènes naturels exerçaient sur l'état physique et moral de l'homme. D'un autre côté, le principe de la fécondité et de la reproduction des êtres apparût, sous mille formes différentes, dans

[1]) On ne doit pas confondre ce qui vient d'être dit, avec les sensations intérieures (douloureuses, par exemple) qui tiennent à la liaison entre le corps et l'ame et qui n'ont rien de commun avec notre discussion.

[2]) Nous démontrerons, à sa place, le fait de l'origine commune pour la force et la matière. En attendant, il n'est pas superflu de rappeler une vérité connue avant nous, qu'on pourrait composer un cours complet de mécanique rationelle, sans employer le mot de force pour celui de vitesse, qui est une certaine fonction mathématique de l'espace et du temps. *La force* dépend donc de l'espace et du temps, tout aussi bien que *la matière*, et nous verrons plus loin, que l'une et l'autre se déduisent d'une seule et même formule.

le double caractère de la nature mâle et femelle. En effet, si l'on jette un coup-d'œil rétrospectif dans l'obscurité du passé, on voit le dualisme, tantôt dans l'union mystique de deux principes opposés qui s'attirent, ce qui fait la base de toutes les cosmogonies païennes, tantôt dans le manichéisme, ou dans la doctrine de deux principes opposés qui se repoussent, ce qui constitue le noyau des croyances religieuses de l'antiquité la plus reculée, comme si l'esprit de l'homme était condamné à tourner constamment sur le pivot du *positif* et du *négatif*, dans la contemplation des forces actives de la nature.

Telles étaient ces fictions, ou ces idées prestigieuses, qui se sont évanouies dans la nuit des temps, pour ne laisser à la postérité que quelques poétiques débris. Mais le fond de ces idées devait bien avoir un point d'appui, dans les profondeurs mêmes du savoir humain, puisqu'il a survécu intact à une longue série de siècles.

Destitué de son caractère religieux, il prit, plus tard, une forme purement scientifique, et finalement il reparut même dans la philosophie naturelle moderne. C'est ainsi par ex. que le système de Descartes est un dualisme bien prononcé, en vertu de l'antithèse entre l'esprit et la matière. C'est encore ainsi que les systèmes de philosophie naturelle, les plus célèbres, se sont modelés sur le conflit de deux forces opposées. Les théories actuelles de l'électricité, du magnétisme etc, les hypothèses électrochimiques, celles des phénomènes électro-dynamiques musculaires et nerveux, et tant d'autres doctrines, auxquelles nous pourrions ajouter de notre côté, celle de la lumière rouge et bleue [1]) toujours basées sur le positif et le négatif, ne sont encore, plus ou moins, que la reproduction du dualisme des anciens. Quoi qu'il en soit, le résultat, évident et légitime, de tout ce qui précède, est que:

Il *existe* réellement, dans la nature, *deux forces opposées*, inhérentes à l'essence de la matière, la *force répulsive et la force attractive*, ou si l'on veut, la force positive et négative. Nous verrons, dans la suite, de quelle manière ces deux forces se réduisent à une seule.

C'est avec ces bons matériaux, quoique si vieux et tant usés, que je

---

[1]) Les plus grandes analogies de la lumière avec l'électricité mettent cette vérité hors de doute. D'ailleurs, un rectangle blanc sur un fond noir, ou réciproquement, examiné à travers un prisme de cristal, dont les arêtes sont parallèles p. ex à la hauteur du rectangle, présente une frange rouge à l'une des extrêmités et bleue à l'autre, offrant ainsi toutes les apparences d'une véritable *pile voltaïque*, où il y a recomposition des deux lumières en lumière naturelle ou blanche, dans le milieu, et polarité sur les deux bouts. Nous y reviendrons plus tard.

me suis appliqué à ébaucher une théorie nouvelle. Mais avant d'aller plus loin, il n'est pas superflu de passer en revue, très-succinctement, les différentes opinions des philosophes, tant anciens que modernes, sur le sujet qui nous occupe.

§ 6.

La tendance irrésistible de l'esprit humain, qui le pousse constamment à la recherche de la vérité, a dû probablement, avant tout et depuis des milliers d'années, diriger son activité sur l'essence inconnue de la matière. Les premières recherches de ce genre, parvenues jusqu'à nous et ayant quelque apparence de théorie raisonnée, ne sont dûes cependant qu'à Thalès de Milet, six siècles avant l'ère chrétienne. Un demi-siècle plus tard, apparut le système de Pythagore, [1] ou celui des quatre éléments, qui s'est conservé, presque intact, jusqu'à une époque assez récente. Leucippe fut le premier qui admit, cinq siècles avant J.-C., des atomes de différentes formes, etc. Presque un siècle plus tard, Démocrite l'Abdéritain développa cette idée; mais la véritable théorie atomique n'apparut qu'après sa mort, étant dûe à Epicure qui introduisit le nom d'atomes [2] (en grec. insécables), pour exprimer leur indivisibilité. La doctrine atomique d'Epicure est consignée dans le poème de Lucrèce «*de rerum natura*» qui décrit, d'une manière poétique, les atomes diversement mus dans l'espace vide, etc.

Comme philosophe, éminemment atomiste [3], nous devons citer le célèbre Descartes qui vivait dans la première moitié du XVII siècle. Il admettait la matière formée d'atomes physiquement indivisibles, mais étendus. En général, son système, que nous ne faisons que mentionner, est, par son extrême complication, outre le vague et l'arbitraire qui l'enveloppent de toutes parts, incompatible avec ce qui se passe réellement dans la nature.

Le plus grand des philosphes, de toutes les nations et de tous les siècles, l'immortel Isaac Newton, a constamment évité toute spéculation métaphysique et ne s'est jamais ouvertement déclaré sur la constitution de la matière. Nonobstant cela, il est encore permis de le ranger parmi les phi-

---

[1]) M. Dumas attribue la doctrine des quatre éléments à Aristote (*Leçons sur la Philosophie chimique* par M. Dumas, recueillies par M. Binau, Paris, 1837, page 83.)

[2]) D'après M. Dumas, c'est Démocrite qui a déjà créé ce mot (loc. cit. p. 247)

[3]) M. Dumas suppose le contraire (l. c. p. 249.), peut-être parceque Gassendi, l'adversaire de Descartes, admettait les atomes. Nous laissons ces questions aux spécialités.

losophes atomistes, en tant que sa théorie de la lumière et celle de la gravitation universelle, ainsi que ses propositions de mécanique, impliquent, plus ou moins, la matière formée de molécules, ou de corpuscules évanouissants, que l'on ne pourrait à la vérité désigner que sous le nom d'atomes. Mais comme, d'après Newton, la gravitation est proportionnelle aux masses, c'est-à-dire à la quantité des éléments matériéls contenus dans un corps,—cela les suppose déjà, quoique indirectement, doués de la *force* attractive : ce système ne peut donc pas désigner une théorie *purement* atomique. Nous ne nous arrêterons pas à l'énumération d'un grand nombre de physiciens et métaphysiciens, de toutes les époques, qui étaient, à quelques différences près, partisans de la théorie atomique, vu que, relativement à ses points fondamentaux et abstraction faite de tout système, elle date d'une antiquité beaucoup plus reculée encore que les temps de Leucippe. C'est parceque les philosophes de la nature, à cette époque si éloignée de nous, considéraient la matière toute faite, ou comme quelque chose de donné *à postériori*, sans chercher à la construire mentalement par un artifice dynamique. La théorie atomique moderne, telle qu'elle est commentée par la Chimie, est dûe au célèbre Dalton, qui la publia en 1807 en supposant l'existence des atomes, sans la prouver.

§ 7.

D'après la philosophie scolastique des péripatéticiens, ou sectateurs d'Aristote qui vivait dans le IV. siecle avant l'ère chrétienne, les corpuscules matériels sont doués de certaines *forces* que Cicéron désignait sous le nom de «*qualitates*» et que les adeptes de l'école faisaient passer pour occultes, comme pouvant être aussi peu connues, dans leur essence, que la matière même. Dans l'explication des phénomènes de la nature, c'était une manière adroite de se tirer d'affaire, à peu de frais, qui malheureusement a reparu encore plus occulte par son obscurité, dans la philosophie naturelle des idéalistes de nos jours. Mais, dans tous les cas, voilà le premier germe de la physique dynamique, beaucoup plus récente que la théorie des atomes.

Nous ne pouvons pas nous former une idée bien nette et précise sur ce que Leibnitz comprenait sous le nom de *monades*, qui étaient comme quelque chose d'immatériel ou comme des forces, en montant par degrés, depuis les plus grossières, destinées à la constitution de la matière, jusqu'aux plus subtiles et d'une nature déjà spirituelle, ou plus élevée, faites pour les esprits supérieurs. Comme cela donne évidemment dans un idéalisme assez confus, nous ne nous étendrons pas davantage sur les principes de cette doctrine et nous passerons aux théories dynamiques plus prononcées.

La théorie atomique, proprement dite, suppose la matière formée d'éléments excessivement petits, absolument durs (incompressibles) et physiquement indivisibles, séparés les uns des autres par des intervalles vides. Boscovich rejeta cette théorie et posa une différence essentielle entre les points mathématiques et physiques D'après lui, ces points étant munis de deux forces opposées, qui leur sont inhérentes, l'une attractive et l'autre répulsive, mutuellement pénétrables, servent à la formation des différents corps de la nature, en vertu des sphères d'inégale étendue, développées par les forces susmentionnées autour de ces points. Le système de Boscovich fut contesté par Deluc qui alléguait pour sa réfutation, qu'une activité sans substance, telle qu'une force enclavée dans un point, ne veut dire rien du tout. Priestley disait, au contraire, qu'en privant la matière, des deux forces en question, on la réduit au néant, sans s'expliquer clairement s'il fallait sous-entendre des points physiques, comme quelque chose d'étendu, doué de répulsion et d'attraction, ou bien ces forces toutes seules, rapportées à des centres mathématiques. Price attaquait la doctrine de Boscovich, à peu-près par les mêmes arguments que Deluc; mais il ajoutait de plus que:

1. Si les atomes n'agissent, les uns sur les autres, que par attraction ou répulsion, cela vaut autant qu'attribuer à la matière la faculté d'agir *là où elle n'est pas.* Et

2. Si la matière n'était que le résultat de ces deux forces, elle serait un être nul, parce qu'une force ne peut pas exister seule et sans être liée à un *substratum* quelconque. Si donc le concours de ces deux forces doit engendrer la matière, cette matière est la force d'un rien.

Toute cette discussion est plutôt argutieuse que fondée. En effet, nous démontrerons plus loin relativement à la première de ces deux objections, que réellement la matière n'agit jamais et nulle part autrement. Quant à la seconde, elle est exacte: mais on verra, que cette objection peut être appuyée beaucoup plus solidement que chez Price.

Si la théorie de Boscovich ne peut pas tenir contre un examen impartial et rigoureux, c'est parce qu'elle n'a donné aucun résultat précis, positif et incontestable aussi Robison qui en est le partisan le plus zélé, ne la trouve-t-il pas satisfaisante. Nous ne ferons que rappeler la doctrine de Pearth qui quoique également dynamique, par l'intervention de l'attraction et de l'impénétrabilité, s'engrène profondément dans le phlogistique, depuis longtemps banni de la science.

Le nom de physique ou de théorie dynamique, apparait, pour la première fois, après la réforme opérée, dans toute la philosophie spécula-

tive, par l'un des génies le plus solennisés de l'allemagne, le célèbre philosophe de Kœnigsberg, Emmanuel Kant. Quoique, dans les points essentiels, son système diffère très-peu de celui de Boscovich, tout porte à croire qu'il n'a pas eu connaissance de ce dernier. D'après Kant, c'est le mouvement qui sert de définition principale à un objet de perception externe: sous ce point de vue, toute la philosophie naturelle est une théorie dynamique. Ses deux propositions premières sur la matière disent que la matière est ce qui est mobile dans l'espace, et ensuite: mobile, en tant qu'il remplit un espace. Remplir un espace signifie la même chose que résister à tout ce qui est mobile et ce qui tend à pénétrer dans cet espace. La doctrine de Kant pose une différence essentielle entre remplir et occuper un espace quelconque. Nous nous représentons très-clairement cette différence, en prenant, pour point de comparaison, les images aériennes, à trois dimensions, produites par les verres convexes et les miroirs concaves, images qui occupent réellement un espace, mais ne le remplissent pas, parcequ'elles ne résistent pas à ce qui tendrait à occuper et à remplir ce même espace. Nous pourrions dire, à la vérité, que p. ex. le cône d'ombre que la Terre porte avec elle, dans son mouvement autour du Soleil, est aussi mobile dans l'espace, quoique ce ne soit pourtant pas de la matière: mais à cela on pourra répondre que Kant ne s'est pas borné à cette seule définition. D'après lui, l'espace est rempli non pas en vertu de la simple existence de la matière, mais par l'effet d'une force expansive particulière, (**Dehnkraft**) qui, conjointement avec une force opposée qu'il appelle contractive (**Ziehkraft**), constitue l'essence même de la matière. Cela posé, la matiére peut être comprímée à l'infini, sans jamais devenir pénétrable: elle est divisible à l'infini, et même en parties dont chacune est matière à son tour. On verra, par notre analyse, dans la suite, les subtilités qui ont écarté Kant de la vraie loi de la nature. Il dit que la force attractive, supposée seule, suffirait pour supprimer complètement le solide; cela est vrai, — mais nous ne voyons pas trop bien; où est ce solide de Kant? En discutant l'évaluation du degré d'expansion (**Grad der Erfüllung des Raumes**) nécessaire pour remplir l'espace, il parvient à la limitation de la force expansive par la force contractive et à la conclusion, que la possibilité ou l'impossibilité du vide, dans la nature, n'est point basée sur des principes métaphysiques, mais sur un secret de la nature, difficile à découvrir: par quels moyens, notamment, la matière pose des limites à son propre développement?—La question dont il s'agit n'est nullement, selon nous, un secret de la nature, mais un mystère de la création [1]), comme nous le

---

[1]) Complètement, ou avec continuité, ne veut pas dire la même chose. En effet, nous traiterons de l'éther (qui est aussi matière) et nous ferons voir, que

démontrerons plus tard, avec toute la rigueur mathématique en traitant des dimensions des atomes. Kant aurait évité l'erreur susmentionnée, si, au lieu de construire la matière dynamiquement, il avait admis des atomes donnés *à postériori,* comme le suppose la théorie atomique.

Le succès extraordinaire et l'admiration générale excitée par la philosophie naturelle de Kant étaient moins dûs à la valeur du contenu, qu'à l'art de l'exposition, à l'enchaînement méthodique des propositions et à l'harmonie de toutes les parties, quoique le contenu même a, indubitablement un grand mérite. La physique dynamique postérieure aurait pu prospérer, parceque les sectateurs de Kant, Fries surtout, étaient des géomètres distingués. Il est impossible que la philosophie naturelle, considérée dans ce degré d'abstraction, fasse un pas en avant, sans le secours de l'analyse transcendante: ici, les expériences et les observations sont complètement impuissantes. Or *la thèse principale,* savoir que la matière ne peut remplir l'espace qu'elle occupe, que par la combinaison des deux forces opposées, nommées plus tard par les partisans du système «forces fondamentales (Grundkräfte)» *est restée sans démonstration.* Ainsi, quand même la théorie de Kant serait éminemment vraie, sur tous les points, elle ne serait pas encore en état de répondre hardiment à de nombreux «*pourquoi*?»

Parmi les objections, faites à la doctrine dynamique de Kant, nous ne citerons que celle de Tobie Mayer, parcequ'elle nous sera nécessaire dans la suite. D'après Mayer: si la matière remplit *complètement*—(cest-à-dire *avec continuité* l'espace qu'elle occupe, alors une force infinie n'a plus déjà le pouvoir de placer plus de matière dans cet espace, ou de condenser la matière susdite dans un plus petit volume [1]). Cela posé, la simple existence de la matière, sans avoir besoin d'aucune force répulsive, suffirait pour opposer une résistance à tout ce qui tendrait, physiquement, à pénétrer dans l'espace que la matière occupe. Cette conclusion repose sur une raison purement logique, savoir que la matière dont il s'agit, étant une fois placée dans une partie donnée de l'espace absolu ne peut pas simultanément: *occuper et ne pas occuper* cette partie. [2])

---

malgré qu'il remplit l'espace qu'il occupe, avec continuité (c'est-à-dire sans intervalles vides, mais matériellement dans tous ses points), il peut, nonobstant cela, être condensé, ou remplir l'espace qu'il occupe plus complètement qu'auparavant. Ainsi l'hypothèse de T. Mayer n'est pas exacte.

[2]) V l'excellent article sur la matière (signé M.) inséré dans le *dictionnaire de Physique de Gehler* (en Allem). On y trouvera de plus amples développements des §§. 6 et 7. (qui à certaines modifications près, sont des extraits abrégés de ce même article), ainsi qu'un exposé sommaire des systèmes de Fichte, Schelling, Hegel etc.

§ 8.

Les réalistes, partisans de l'école d'Aristote, soutiennent, relativement à la perception externe, que tout vient de l'objet qui s'imprime en entier dans le sujet de sorte que toutes les idées de l'homme ne seraient dûes qu'aux impresions excitées dans ses organes sensitifs, par la présence des objets extérieurs. De-là l'aphorisme connu du philosophe de Stagyre, reproduit par Locke et Condillac—«*nihil est in intellectu quod non prius fuerit in sensu)*»—auquel Leibnitz a répondu par deux mots. «*nisi intellectus.*» Les idéalistes affirment au contraire, que tout vient du sujet qui se pose au dehors et s'extériore en sorte que le monde physique ne serait qu'une objectivisation des idées de l'homme. Cela veut dire, à ce qu'il semble, que nos notions sur l'existence des corps matériels ne sont dûes qu'à un abus de la pensée qui réalise des abstractions, en leur donnant une portée hors de soi, que l'on pourrait comparer en quelque sorte, à l'illusion produite par les images stéréoscopiques. Le rationalisme, poussé à l'excès, donna lieu au scepticisme qui date de Pyrrhon, philosophe grec du IV. siècle avant J.-C. Le pyrrhonisme qui doute de tout, reparut, dans les temps plus modernes, à quelques modifications près, dans les doctrines de Berkeley, Spinoza et Mendelssohn: le représentant de cette école est Hume. Malebranche soutenait, ailleurs, que les notions acquises par les sens ne reposent que sur une pure apparence. Les sceptiques, ou ultra-idéalistes, s'appuyant sur ce que le sujet ne perçoit pas l'objet lui-même, mais seulement son image, niaient l'existence de toutes choses, en les ramenant à des illusions, comme quoi il n'y aurait pour l'homme ni corps, ni esprits, ni causes, mais tout simplement des phénomènes et des sensations. Etrange bizarrerie de l'esprit humain! — «*Il est si facile et si commode de douter de tout*» disait Condorcet. Aussi, l'école écossaise, personnifiée dans Reid, attaquait vivement l'argument de Hume et rétablissait la croyance philosophique au monde extérieur, L'existence des images, disait elle, manque de réalité et n'est qu'une hypothèse imaginée par les philosophes, vu la ferme persuasion de tous ceux qui cherchent à se rendre compte de leurs sensations et qui sont convaincus de sentir réellement les choses en elles-mêmes et nullement leurs images [1]). A cela nous ajouterons la phrase suivante d'un géomètre renommé:

---

[1]) Les sceptiques n'étaient pas conséquents, parceque l'image ne peut pas naître spontanément sans la cause qui l'aurait produite. Mais l'objection de Reid est encore plus défectueuse, vu que le monde extérieur n'affecte réellement nos sens qu'à l'aide des images, qu'il engendre dans notre réceptivité: l'exemple de la rétine nous suffit.

«après la dispute la plus animée sur l'existence des corps, le plus déterminé pyrrhonien n'entreprendra pas de sortir de sa chambre à travers la muraille.»

Le criticisme de Kant, en analysant les deux éléments de la connaissance, le sujet et l'objet, dans leurs rapports mutuels, attribue la partie individuelle de cette connaissance, ou l'*à-posteriori*, à l'objet, et la partie générale, ou l'*à-priori*, au sujet. Dans la perception des qualités extérieures, l'esprit a, d'après Kant, un penchant irrésistible, en vertu des lois de la substance et de la causalité qui lui sont inhérentes, à admettre sous ces phénomènes une substance analogue à leur nature etc Mais comme ce profond penseur ne donne de la réalité qu'au phénomène, l'objet ne pouvant jamais être saisi par le sujet tel qu'il est en soi, mais toujours sous une forme factice que le sujet lui prête, il est évident que l'on retombre encore infailliblement dans le subjectivisme et dans le scepticisme que la doctrine de Kant a voulu renverser.

Mais il est temps d'en finir. Toutes ces spéculations métaphysiques, qui embrassent une période de plus de vingt siècles, sont, par elles-mêmes, d'une nullité absolue pour la science de la nature et ce n'est que d'une manière indirecte qu'elles ont contribué aux progrés de la philosophie naturelle, comme l'alchimie, l'astrologie etc. Quiconque a envie de les étudier, en détail, est libre de le faire, mais la physique de nos jours ne les a pas utilisées, même comme simples aperçus, dans les traités élémentaires Ces derniers commencent ordinairement par une énumération rapide des propriétés générales des corps et par quelques mots sur la théorie atomique et dynamique. Si les meilleurs ouvrages de ce genre exposent quelques notions, très-succinctes, sur le temps et l'espace, la matière, l'impénétralilité, l'inertie, etc., qui plaisent à l'esprit, ce n'est que le résultat immédiat du simple bon sens, et nullement le fruit des méditations de deux mille ans.

§ 9.

Passons maintenant à notre théorie qui, relativement à la *valeur du contenu*, a peut être tant et plus de défauts que toutes celles que nous venons d'examiner; c'est au lecteur à porter son jugement là-dessus. Mais pour ce qui concerne, en second lieu, la *méthode de l'exposition*, nous avons fait tout ce qui était en notre pouvoir, pour éliminer leur défaut capital. Le défaut signalé réside dans ce vague indulgent qui fait, en quelque sorte, l'appât des théories spéculatives, [1]) en flattant la paresse de l'esprit et en entraînant la multitude, toujours contente de n'avoir à comprendre les choses qu'à demi.

---

[1]) On ne s'enthousiasme pour rien aussi fortement que pour les mots qui n'ont pas un sens précis (Kotzebuë.)

Outre cela, le vague des explications prouve que l'on doute encore soi-même de ce que l'on voudrait expliquer et persuader aux autres.

La théorie de la matière, telle que nous l'entendons, doit avoir pour devise: *l'extrême précision.* Comme elle a pour objet un fait fondamental, c'est à-dire le premier principe de la philosophie naturelle, elle ne peut pas être entachée d'arbitraire et tolérer les approximations quelconques. Elle doit convaincre la raison, par la rigueur des preuves, au lieu de la fatiguer par une argumentation stérile et fastidieuse. Elle ne doit pas fasciner l'imagination par des jeux de mots [1]) que chacun interprète à sa manière, par une nomenclature obscure et recherchée, par des raisonnements captieux et par des démonstrations qui sonnent mathématiquement, mais qui n'ont aucun sens pour le géomètre. Enfin, une théorie de cette espèce, qui veut se passer des mathématiques, de ce *critérium* de la vérité, ne peut intéresser que ceux, pour qui la vraie théorie de la nature n'est d'aucun intérêt.

Après ce court préambule, nous pouvons commencer.

---

[1]) Comme quand on dit p. ex: que *l'espace* est le *temps* en repos et que, réciproquement, le *temps* est *l'espace* en mouvement: c'est très-ingénieux, si l'on veut, mais c'est absolument vide de sens.

Théorie de l'auteur.

§ 10.

On sait qu'un cristal broyé et réduit en poussière, presque impalpable et volatile, offre dans les granules imperceptibles de cette poussière, examinée au microscope du plus fort grossissement, des formes semblables à celles qu'affectait le cristal, avant l'opération. Il est indubitable, qu'avec tous les secours possibles de la science et de l'art, l'homme ne parviendra jamais, par une voie empirique, à découvrir le plus petit et le dernier des cristaux, c'est-à-dire le cristal irréductible, le cristal qui ne peut plus être décomposé qu'en atomes. Nous dirons plus: le cristal, où s'arrêteront à l'avenir tous les efforts de la sagacité humaine, où elle n'ira pas plus loin,—contient encore des myriades de cristaux semblables, composés d'atomes. L'existence des atomes ne peut donc être avérée par aucune espèce de certitude autoptique; *l'atome* ne peut être découvert que par la pensée [1]).

La suprême Sagesse a permis que cette pensée, qui plane *dans l'immensité de l'espace infini*, pour mesurer les distances mutuelles des corps célestes, distances qui souvent ne peuvent être évaluées que par la vitesse de la lumière,—Elle a permis, disons-nous, que cette même pensée expose au

---

[1]) On nous demandera peut-être: pourquoi faut-il fatiguer la pensée à la recherche d'un être imaginaire, de l'*atome*, dont rien ne révèle l'existence? Si la matière était composée d'atomes, comment se fait-il qu'un corps soit visible dans son ensemble, quand ses éléments ne le seraient pas?

Avec cette perspicacité qui n'abandonne jamais un esprit supérieur, l'illustre Arago a expliqué le paradoxe apparent *(Annuaire du bureau des longitudes*, pour 1842; page 280). Son but était tout autre. Il s'agissait, pour lui, de savoir; pourquoi une étoile isolée, au-dessous de la 7-e grandeur, ne s'aperçoit pas à *l'œil nu*, tandis qu'une agglomération d'étoiles, d'un ordre trés-inférieur est parfaitement visible, p. ex. dans les nébuleuses résolubles et dans la voie lactée?

grand jour les germes de l'existence, enfouis *dans les profondeurs du néant* pour ainsi dire, et qu'elle découvre, dans les infiniment petits de l'univers matériel, des mondes inconnus. C'est ainsi que le secret de la matière, analysée dans ses premiers rudiments, a impressionné les esprits, depuis les temps fabuleux, jusqu'aux plus beaux temps de la Grèce et de Rome, et depuis cette époque poétique jusqu'aujourd'hui.

On sait donc *à posteriori*, que les atomes sont des corpuscules matériels, excessivement petits; guidés par le raisonnement, nous pouvons soutenir que même ils sont infiniment petits. Les corps pondérables, que nous connaissons, ont l'apparence d'être composés de pleins et de vides. Or, malgré la porosité, il est mathématiquement nécessaire que dans les parties pleines il se trouve des portions *de matière continue*, telles petites qu'elles soient, c'est-à-dire des portions, *matérielles dans toute leur étendue, à trois dimensions,* car autrement il serait faux de dire que la matière est étendue. Cela posé, nous pouvons négliger complètement les parties vides, pour n'avoir à considérer que la matière continue.

Prenons maintenant une portion excessivement petite de cette matière et donnons lui, pour abréger, le nom de *corpuscule,* avec une forme irrégulière quelconque. Puisqu'il persévère dans ses dimensions, c'est comme s'il n'était doué d'aucunes forces, ni attractives, ni répulsives, avec toutes les apparences d'un équilibre stable, dans tous les points de son volume. Pour simplifier nos raisonnements, prenons dans l'intérieur de ce corpuscule, une portion encore plus petite, exactement sphérique et telle que la surface de cette sphère, infiniment petite, n'entrecoupe nulle part la surface du corpuscule. Cela fait, enlevons mentalement toute la partie du corpuscule, qui enveloppe la sphère susdite, pour n'avoir à considérer que cette dernière que nous désignerons par ex. sous le nom d'*atome.* Soit α le rayon de l'atome, β son volume, μ sa masse, Ω sa densité et π (une fois pour toutes) la demi-circonférence dont le rayon est pris pour unité, notamment $\pi = 3,14159......$ On sait que, dans un corps homogène, la densité exprime le rapport de la masse au volume. Or, dans une masse donnée, la densité ne peut pas varier de manière qu'il ne s'y trouve, nulle part, pas même deux points adjacents de même densité, ou que deux points quelconques de cette masse quelque rapprochés qu'ils soient, aient des densités pourtant différentes. Cette impossibilité dérive de ce que les points mathématiques, ci-dessus mentionnés, ne peuvent pas contenir de la matière, comme n'étant pas étendus, et que, par conséquent, il faut bien qu'il y ait, dans une masse donnée, une portion de matière, telle petite qu'elle soit, mais toujours étendue et ayant la même densité partout.

Notre atome est supposé assez petit, pour satisfaire à cette condition, de sorte qu'il est homogène dans toute l'étendue de son volume β, ce qui donne

$$\Omega = \frac{\mu}{\beta,} \text{ou à cause de } \beta = \frac{4}{3} \cdot \pi\alpha^3,$$

(1) . . . . l'équation

$$\Omega = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\mu}{\alpha^3}.$$

Si la matière, comme privée de force répulsive, ne résiste à la matière qu'en vertu de son existence (v. ce qui précède le § 8), il-faut qu'il y ait une impossibilité physique de placer plus de matière que μ, dans le volume β, ou en d'autres termes, de rendre μ plus dense.

De la résulte, que Ω doit être le *maximum* de toutes le densités possibles, ou un rapport mathématique qui ne soit plus susceptible d'augmentation. Cette condition s'exprime, analytiquement, par

$$\Omega = \infty$$

et ne peut être satisfaite qu'en posant $\frac{\mu}{\alpha^3} = \infty$, attendu que le facteur numérique $\frac{3}{4\pi}$ est une quantité finie et constante. Pour un rayon α double, triple etc., la masse serait 8 μ, 27 μ, etc., en sorte que l'égalité $\Omega = \infty$ resterait invariable. Ainsi, α peut être infiniment grand, tout aussi bien qu'infiniment petit, pourvu que la condition $\Omega = \infty$ soit remplie; mais par des raisons exposées un peu plus haut (v. le commencement de l'article), nous prendrons α toujours infiniment petit. L'atome est de cette manière, un corpuscule matériel p. ex sphérique, homogène [1]) et continu, infiiniment petit et infiniment dense, c'est-à-dire, absolument dur et incompressible. Jusqu'à-présent nous le supposons tout-à-fait privé de forces permanentes quelconques, quoique impénétrable (uniquement en vertu de son existence) et avec cela finit tout ce qu'on peut dire de plus probable, sans dépasser les limites de la *théorie purement atomique.*

Après cela, rien n'empêche, *logiquement*, d'admettre l'univers entier composé de ces atomes, avec une infinité de valeurs, égales ou différentes et infiniment petites pour α, avec une densité infinie, et par conséquent la-même, pour tous ces atomes, placés à des distances arbitraires l'un de l'autre et sans aucune action mutuelle. Supposer des mouvements dans un pareil système (si toutefois, sans l'intervention des forces actives, le mouvement est possible), — c'est plus que supposer le chaos et la confusion. Il est donc plus

---

[1]) Dans une masse donnée qui n'est pas homogène, il y a des parties vides et des parties moins denses que les autres, ce qui permet une augmentation de densité et ne s'accorde plus avec la condition $\Omega = \infty$.

conforme à la raison, de le laisser dans un repos imperturbable. Mais est-ce que ce tableau de la mort éternelle a quelque ombre de ressemblance avec l'admirable monde physique actuel?

Si donc les atomes résistent les uns aux autres, sans l'intervention d'une répulsion intérieure quelconque, il est de toute nécessité qu'ils soient doués, pour le moins, de la force attractive. Ici nous ne dirons pas encore, avec Kant, que la force attractive, ou contractive, supposée seule, suffirait pour supprimer complètement le solide (§ 7). Nous ne le dirons pas, parce que la condensation ultérieure de la matière serait arrêtée, lorsque la densité Ω aurait acquis une valeur infinie. Mais nous rappelerons seulement, que les forces attractive et répulsive ne diffèrent entre elles que par la direction, ou le signe, que, sous le rapport mathématique, elles signifient identiquement la même chose et que partant l'existence de l'attraction implique tacitement celle de la force répulsive. Cette dernière, prise à la surface de l'atome, devient ce qui s'appelle communément *impénétrabilité,* [1]) et fait crouler tous les systèmes qui n'ont pas l'idée dynamique pour appui. Après cela, la véritable théorie de la nature est une *théorie atomo-dynamique.*

Voilà donc une vaste carrière ouverte à l'analyse transcendante et plus particulièrement au calcul intégral, à cette victorieuse et rayonnante bannière qui doit précéder la marche de l'esprit humain, dans les domaines rebelles et obscurs de la philosophie naturelle.

§ 11.

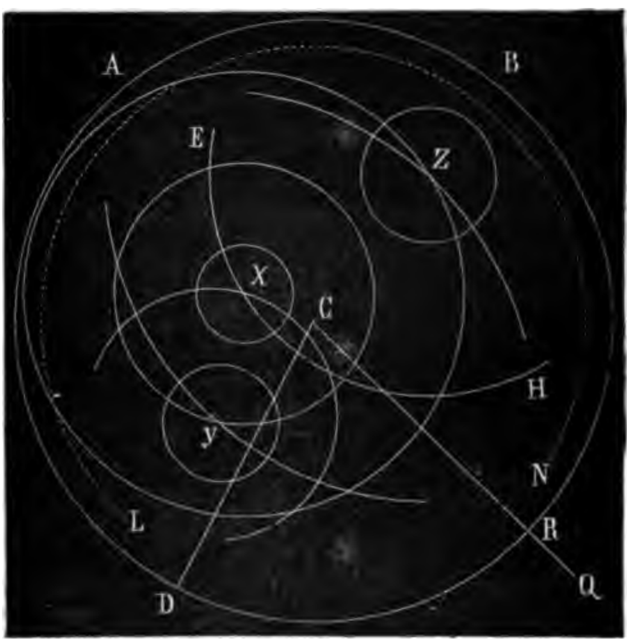
Pour appliquer cette analyse à la résolution du problème qui nous occupe, imaginez (Fig. 1.) une certaine masse m, concentrée autour du point C, pris comme centre d'une sphère dont le rayon peut être moindre que toute longueur donnée. Supposez, après cela, que cette masse devienne douée d'une *force expansive infinie,* rayonnante et divergente du point C, dans toutes les directions, comme les rayons d'une sphère, avec une intensité égale pour les mêmes distances, mesurées à partir du centre C. Il est évident que la matière commencera à s'extériorer, c'est-à-dire à se développer, en remplissant des volumes *sphériques* [2]) ayant toujours C pour centre et de plus en plus grands.

---

[1]) Ce n'est qu'en résistant au mouvement que la matière en reçoit et le mouvement ne peut être dû qu'à une force. Si donc ce mouvement est dû à la résistance, alors *force* et *résistance veut dire la même chose*, ce qui se conçoit d'ailleurs, sans démonstration. Or, l'impénétrabilité est une résistance, et par conséquent une force.

[2]) Comme cela a lieu, p. ex. dans les bulles de savon.

Fig. 1.



Avec cela, la densité ou le rapport de la masse constante m au volume progressivement croissant, décroîtra dans la même proportion que les volumes augmentent. Alors, si rien n'arrête ce développement, par une pression extérieure, opposée et égale à la force expansive, il est certain que la dilatation continuera à l'infini, pour envahir toute l'immensité de l'espace absolu.

Cela posé, il peut arriver deux cas [1]).

I. Ou, le développement n'est arrêté, par aucun effort extérieur: c'est le cas que nous avons examiné tout à l'heure.

II. Ou, le développement de la matière est arrêté, à une certaine distance CD du centre C. Pour fixer les idées, qu'il nous soit permis de supposer, un instant, que la surface sphérique, dont ABD est l'intersection diamétrale avec le plan de la figure, devienne une enveloppe sans épaisseur, rigide et inextensible, qui supporte la pression d'un fluide intérieur, parfaitement élastique.

Le premier cas donne lieu à l'*éther*, le second à la *matière pondérable.* Le second cas est le seul qui fera l'objet principal de ce mémoire; le premier sera analysé dans l'un des mémoires suivants.

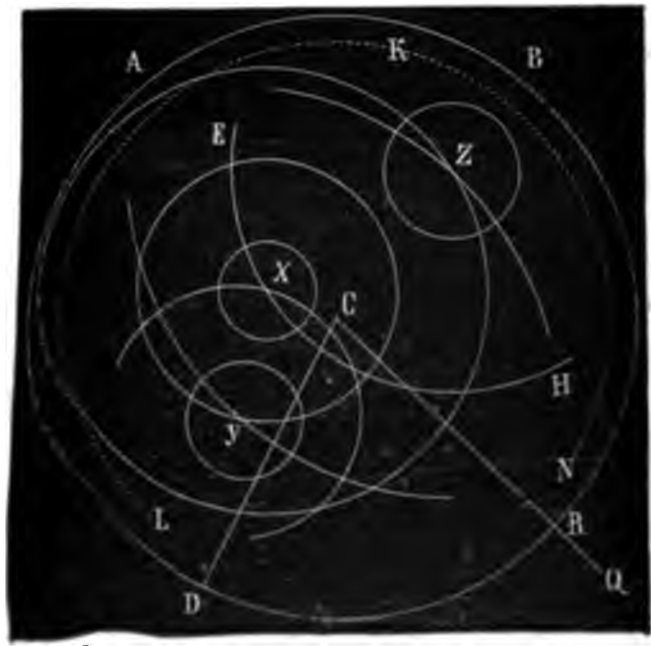
§ 12.

Examinons le développement de la matière de plus près et, à cet effet, supposons encore une fois que le développement initial commence autour du

[1]) L'origine philosophique de ces deux cas sera rigoureusement démontrée plus loin (v. la Note VIII).

point C. Pour éviter les périphrases, convenons de désigner toutes les surfaces sphériques, par leurs intersections diamétrales avec le plan de la figure. A mesure que la matière se dilate et qu'elle parvient par ex. jusqu'à la surface LKN, elle embrasse toujours un plus grand nombre de points tels que x, y, z etc. et chaque point devient, à son tour, un nouveau centre expansif.

Puisque chaque point, tel que x,y, z etc., agit sur tous les autres, indépendamment de l'action de ces derniers et comme s'il existait tout seul, il en résulte qu'il n'existe de centre répulsif unique, nulle part dans l'intérieur de la surface sphérique LKN et que la force expansive intérieure, inhérente à l'essence de la matière, est, sous ce point de vue, une force diffuse, comme agissant en même temps dans tous les points du volume fermé par LKN. Les forces intérieures de ces points agissent, chacune pour sa part, isolément. Ainsi, les différentes actions des points x, y, z etc., les uns sur les autres, dont dépend la variation de leurs densités, se superposent, se pénètrent en tous sens et s'effectuent simultanément, sans aucune confusion, c'est-à-dire sans s'embrouiller, sans se gêner et sans se modifier, ou se détruire mutuellement, comme cela a lieu pour les rides concentriques produites dans plusieurs points à la surface de l'eau, pour les ondes sonores qui permettent de distinguer nettement plusieurs sons à la fois, pour les ondulations lumineuses, dans les phénomènes des interférences etc., et comme on le voit grossièrement sur la fig. 1.



A mesure donc que la matière, primitivement concentrée en C, se dilate et qu'elle envahit, progressivement, l'espace environnant, qui se matérialise en

quelque sorte, aux dépens de la *fòrce expansive* primitive de C, celle-ci se distribue sur un nombre de points de plus en plus grand. Elle s'*épuise* ainsi, proportionnellement à l'effet qu'elle produit, c'est-à-dire, dans le même rapport que croissent les volumes sphériques ayant C pour centre. Cela signifie que la force expansive, ou répulsive, agit en raison inverse des cubes des distances; ici ces dernières sont prises à partir du point C. Or, la densité varie tout-à-fait dans le même rapport et cela donne lieu aux deux propositions suivantes:

A) La force expansive agit dans le même rapport que varie la densité, ce qui veut dire autrement que cette force est proportionnelle à la densité. Ainsi p. ex. le point C, dilaté jusqu'à l'enveloppe sphérique ABD, exerce sur chaque point, tel que D, de cette surface, une pression intérieure, proportionnelle à la *densité finale*, devenue *homogène* partout, ce qui est exactement conforme à la *loi de Mariotte*. Cette pression est normale au plan tangent à la surface de la sphère en D, suivant CD: elle s'effectue donc comme si la force émanait réellement du point C. Cela posé, le point C agit sur D, comme s'il se fût dilaté, jusqu'à venir en contact avec D; pareillement, x agit sur y, comme si x se fût réellement dilaté jusqu'à y et réciproquement ; z exerce une pression sur x, comme si z eût rempli le volume fermé par l'enveloppe sphérique ExH, et ainsi de suite. De-là résulte la seconde proposition:

B) Les différents points matériels, d'une masse qui se dilate, agissent les uns sur les autres comme s'ils étaient réellement en contact. Ainsi, la force expansive intérieure, inhérente à l'essence de la matière, agit (comme nous le voyons, jusqu'à-présent) *au contact et au moyen du contact*. Peut-elle agir à distance?—c'est ce que nous verrons plus loin.

Lorsqu'une fois la matière m (p. 18) a rempli l'espace sphérique, fermé par l'enveloppe idéale, rigide et inextensible ABD, qui ne permet plus aucune dilatation ultérieure, le principe de l'égalité de pression en tous sens rendra la densité partout *homogène*. Chaque élément matériel, de la sphère ABD, aurait ainsi cédé, aux points circonvoisins, tout ce qu'il a de trop en densité, les éléments moins denses auraient absorbé de la matière qui leur manque, et cela se propagerait régulièrement, de point en point, jusqu'à ce qu'il y aurait partout compensation exacte, sans solution de continuité.

Voilà, à proprement parler, en quoi consiste la loi de la force expansive, proportionnelle à la densité, ou réciproque aux cubes des distances, et ce mouvement intérieur ne cesserait que lorsque le développement de la matière serait arrêté à la surface de la sphère. C'est encore par la même raison que nous avons assimilé ces actions intérieures à celles qui sont basées sur le *principe de la superposition des petits mouvements*, car sous un point de vue

purement dynamique cette assimilation devient superflue, attendu que les forces, comme agents immatériels, sont nécessairement mutuellement pénétrables.

§ 13.

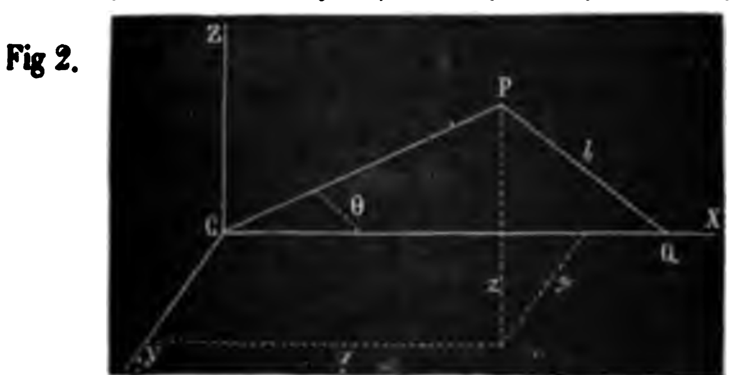
Fig 1. Après cette briève introduction à notre théorie, traitons le problème dans toute sa généralité et, à cet effet, examinons la *force répulsive, réciproque aux cubes des distances,* que la sphère matérielle continue et *homogène* ABD exerce sur un point extérieur Q, sans nous inquiéter, pour le moment, si une force, qui suit ce *rapport*, a ou n'a pas la faculté d'agir à distance, c'est-à-dire après l'interruption du contact, ou à travers le vide RQ. Désignons par ϖ la densité homogène de la sphère dont m est la masse, r le rayon CR et C le centre, ainsi que par log (une fois pour toutes) le logarithme pris dans le système naturel, ou népérien, dont la base est

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \ldots\ldots\ldots, \text{ ou}$$

$$e = 2,7182818\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Cela posé, cherchons la force répulsive totale f que la sphère entière exerce sur un point extérieur Q qui est le centre de figure d'un élément matériel évanouissant homogène dont μ est la masse. Soit a la distance CQ et i *l'intensité absolue de la force expansive* que dorénavant nous nommerons *répulsive* toutes les fois qu'il s'agira de son action à travers le vide: i est donc une certaine valeur de la force, rapportée aux unités (arbitrairement choisies) de masse et de distance. Nous mettrons le signe $+$, devant les forces répulsives, divergentes du centre, en les considérant comme positives, parce qu'elles tendent à développer la matière dans l'espace, c'est-à-dire à augmenter les distances, par voie d'addition, et nous affecterons du signe (—) les forces attractives, convergentes vers le centre, ou négatives, comme tendant à diminuer les distances, par voie de soustraction, et à supprimer la matière, en la réduisant au point mathématique [1]). Cela posé, prenons C pour l'origine

Fig 2.



[1]) Voir, par analogie, le *Traité de Mécanique* par Poisson, Bruxelles, 1838, 2-e éd. p. 356 n° 567 et p. 87 n° 158.

des coordonnées orthogonales et a pour l'axe des x: les axes des y et des z se trouveront dans un plan Y C Z, perpendiculaire à la droite a et passant par le centre C de la sphère. Soit encore P un point quelconque, pris dans l'intérieur de la sphère, et dm l'élément différentiel de la masse, qui correspond à ce point P, dont les trois coordonnées sont (Fig. 2) x, y et z. Enfin, nommons b la distance PQ. nous aurons:

$$b^2 = (a-x)^2 + y^2 + z^2. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Si γ est la force avec laquelle P repousse Q, il vient, en vertu de ce qui précède

$$\gamma = \frac{i\,\mu.\,d\,m}{b^3} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Puisqu'il est évident, par une raison de symétrie, que l'action répulsive totale de la sphère doit être dirigée suivant CX, on prendra les composantes de toutes les forces partielles, dans cette direction. Comme $\frac{a-x}{b}$ est le cosinus de l'angle PQC, la composante de γ sera $\frac{i\,\mu.\,d\,m}{b^3}\ \frac{a-x}{b}$, et elle tendra à augmenter la distance a, car le cosinus est positif. On aura donc

$$f = i\mu \int\int\int \frac{a-x}{b^4}.\,d\,m, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

en étendant l'intégrale triple, à la masse entière de la sphère.

Posons

$$\frac{1}{2}\int\int\int \frac{dm}{b^2} = A; \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

les limites de cette intégrale étant les mêmes et indépendantes de la position du point Q, on peut prendre le coéfficient différentiel de A, par rapport à a, en différentiant sous les signes $\int$, d'où

$$\frac{dA}{da} = \frac{1}{2}\int\int\int \frac{d.\frac{1}{b^2}}{da} d\,m. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Observons que si P est fixe, mais Q mobile sur CX, alors x, y et z sont des constantes, tandis que a et b sont des variables, avec quoi l'équation (2) différentiée par rapport à a et b, donne

$$b.\ db = (a-x)\,da, \text{ ou}$$

$$db = \frac{a-x}{b}\,da; \text{ on a de plus}$$

$$d.\frac{1}{b^2} = -\frac{2}{b^3}\,db = -\frac{2}{b^3}\cdot\frac{a-x}{b}\,da,$$

$$\text{donc } \frac{d.\frac{1}{b^2}}{da} = -2\frac{a-x}{b^4},$$

et par là l'expression (6) devient

$$\frac{dA}{da} = -\int\int\int\frac{a-x}{b^4}dm.$$

Cette valeur, étant substituée dans l'équ. (4), donne

$$f = -i\mu\frac{dA}{da}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7).$$

Faisons maintenant usage des coordonnées polaires: désignons le rayon vecteur CP par ρ, l'angle PCX par θ et nommons η l'angle que fait le plan CPQ, avec un plan fixe quelconque, passant par la droite CX, comme p. ex. YCX. Cela posé, le volume différentiel de l'élément matériel évanouissant, correspondant à P, est un parallélipipède infiniment petit, dont les trois arètes rectangulaires sont

$$d\rho,\ \rho d\theta \text{ et } \rho \sin\theta\, d\eta,$$

avec quoi ce volume aura pour expression

$$\rho^2 \sin\theta.\ d\rho\ d\theta\ d\eta.$$

Cette expression, étant multipliée par la densité homogène ω de la sphère, donne

(8) . . . . $dm = \omega\,\rho^2 \sin\theta.\ d\rho\ d\theta\ d\eta.$

Pareillement

$$x = \rho \cos\theta,$$

d'où

$$(a-x)^2 = a^2 - 2\,a\rho\cos\theta + \rho^2\cos^2\theta.$$

en y ajoutant

$$y^2 + z^2 = \rho^2\sin^2\theta,$$

l'équ. (2) devient

(9) . . . . $b^2 = a^2 + \rho^2 - 2\,a\rho\cos\theta.$

Ces valeurs (8) et (9), étant substituées dans l'expression (5), donnent

$$A = \frac{\omega}{2}\int\int\int\frac{\rho^2 \sin\theta.\ d\rho\ d\theta\ d\eta}{a^2 + \rho^2 - 2a\rho\cos\theta}.$$

En prenant cette valeur de A, dans toute l'étendue de la sphère, on doit intégrer depuis $\eta = o$ jusqu'à $\eta = 2\pi$, depuis $\theta = o$ jusqu'à $\theta = \pi$, et depuis $\rho = o$ jusqu'à $\rho = r$.

Or, comme la première intégrale est immédiatement connue, il ne reste que l'intégrale double

$$A = \pi\omega\int_o^r\left(\rho^2\int_o^\pi\frac{\sin\theta\, d\theta}{a^2 + \rho^2 - a\rho\cos\theta}\right)d\rho.$$

On a, de plus,

$$\int \frac{\sin\theta\, d\theta}{a^2+\rho^2-2\,a\rho\cos\theta} = \frac{1}{2\,a\rho}\log\,(a^2+\rho^2-2\,a\rho\cos\theta) + \text{Const.}$$ [1])

d'où

$$\int_0^\pi \frac{\sin\theta\, d\,\theta}{a^2+\rho^2-2\,a\rho\cos\theta} = \frac{1}{a\rho}\log\frac{a+\rho}{a-\rho}$$

ce qui donne

$$\text{A} = \frac{\pi\omega}{a}\int_0^r \rho.\,\log\frac{a+\rho}{a-\rho}\,d\rho.$$

Mais comme

$$\int \rho.\,\log\frac{a+\rho}{a-\rho}\,d\rho = a\rho + \frac{\rho^2-a^2}{2}\,\log\frac{a+\rho}{a-\rho},$$

on a finalement

$$\text{A} = \pi\omega\left(r + \frac{r^2-a^2}{2a}\log\frac{a+r}{a-r}\right),$$

et par suite

$$\frac{d\text{A}}{da} = -\pi\omega\left(\frac{a^2+r^2}{2\,a^2}\log\frac{a+r}{a-r} - \frac{r}{a}\right).$$

Avec cela, l'équ- (7) devient

$$f = \pi\omega i\mu\left(\frac{a^2+r^2}{2\,a^2}\log\frac{a+r}{a-r} - \frac{r}{a}\right). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Or, on a,

$$\log\,(a+r) = \log a + \frac{r}{a} - \frac{r^2}{2a^2} + \frac{r^3}{3a^3} - \frac{r^4}{4\,a^4} + \ldots\ldots$$

et

$$\log\,(a-r) = \log a - \frac{r}{a} - \frac{r^2}{2a^2} - \frac{r^3}{3a^3} - \frac{r^4}{4\,a^4} - \ldots\ldots$$

d'où $\log\,(a+r) - \log\,(a-r)$,

ou

$$\log\frac{a+r}{a-r} = 2\left(\frac{r}{a} + \frac{r^3}{3a^3} + \frac{r^5}{5a^5} + \frac{r^7}{7a^7} + \ldots\ldots\right).$$

En multipliant, de part et d'autre, par

$$\frac{1}{2}\left(1+\frac{r^2}{a^2}\right),$$

---

[1]) Dorénavant, nous omettrons partout cette constante qui sera toujours sous-entendue dans les intégrales indéfinies.

nous aurons

$$\frac{a^2+r^2}{2a^2}\log\frac{a+r}{a-r}-\frac{r}{a}=\frac{1+3}{1\,.\,3}\cdot\frac{r^3}{a^3}+\frac{3+5}{3\,.\,5}\cdot\frac{r^5}{a^5}+\frac{5+7}{5\,.\,7}\cdot\frac{r^7}{a^7}+\ldots\ldots\ldots$$

ce qui, étant substitué dans l'équ. (10), donne

$$f=\pi\omega i\mu\left(\frac{1+3}{1\,.\,3}\cdot\frac{r^3}{a^3}+\frac{3+5}{3\,.\,5}\cdot\frac{r^5}{a^5}+\frac{5+7}{5\,.\,7}\cdot\frac{r^7}{a^7}+\ldots\ldots\ldots\right)\quad(11).$$

§ 14.

Si le point Q tombait dans l'intérieur de la sphère, alors, pour avoir la répulsion f, exercée par la sphère entière sur ce point, on n'aurait qu'à écrire $\log\frac{r+a}{r-a}$, au lieu de $\log\frac{a+r}{a-r}$, dans la formule (10), parce que dans ce second cas, on a $a<r$ ce qui, autrement, donnerait pour le logarithme une valeur imaginaire; tout le reste de la formule demeure invariable.

Le problème se réduit donc à changer a en r, et r en a, mais seulement dans l'expression précédente du $\log\frac{a+r}{a-r}$, qui devient ainsi

$$\log\frac{r+a}{r-a}=2\left(\frac{a}{r}+\frac{a^3}{3r^3}+\frac{a^5}{5r^5}+\frac{a^7}{7r^7}+\ldots\ldots\right).$$

et par suite

$$f=\pi\omega i\mu\left(\frac{1+3}{1\,.\,3}\cdot\frac{a}{r}+\frac{3+5}{3\,.\,5}\cdot\frac{a^3}{r^3}+\frac{5+7}{5\,.\,7}\cdot\frac{a^5}{r^5}+\ldots\ldots\right)\quad(12).$$

On obtiendrait le même résultat, par une analyse directe. (v. la Note 1).

§ 15.

Enfin, si le point Q était situé à la surface de la sphère, il faudrait poser

$$a=r,$$

dans l'équ. (11), ou (12), et l'on obtiendrait la force répulsive φ de la sphère entière, sur un point de sa surface,

(13) . . . . $\varphi=\pi\omega i\mu k,$

en faisant, pour abréger,

$$k=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)+\ldots\ldots$$

ou, plus simplement,

(14) . . . . . $k=1+2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\ldots\ldots\right).$

C'est une constante, qui nous sera bientôt très-nécessaire.

En attendant, il n'est pas superflu de faire observer, que π, i, μ et k étant des constantes et la densité ω, la seule variable, l'équation (13) nous dit, que la pression intérieure φ, à la surface de la sphère remplie d'un fluide parfaitement élastique est proportionelle à la densité ω. ce qui est exactement conforme à la *loi de Mariotte*, et justifie déjà, la proposition A p. 21.

§ 16.

Nous avons commencé notre analyse (§ 11) par l'hypothèse d'un cas atomo-dynamique, notamment, par celle d'une force expansive infinie, appliquée à une certaine masse finie m, (Fig. 1.) concentrée dans un point physique, dont C est le centre (V. la remarque à la Note 1). Il est évident, que si cette matière en s'extériorant, se fût développée j'usqu'à remplir un certain volume ABD, ou $\frac{4}{3}\ \pi\ r^3$, on pourrait encore, par une marche inverse, c'est-à-dire, par une condensation de plus en plus forte, la ramener à l'état primitif de concentration. Prenons, après cela, un cas purement dynamique, en supposant la masse m, primitivement concentrée dans un point sans étendue, tel que C lui même, c'est-à-dire la masse m, exprimée par une force expansive infinie, confinée dans C. Si cette force commence à s'extériorer et à s'épuiser proportionnellement à l'effet qu'elle produit, en matérialisant un espace de plus en plus grand, jusqu'à ce qu'elle soit p. ex. arrêtée dans son développement par l'enveloppe sans épaisseur, rigide et inextensible ABD (p. 19) il est encore évident que par une opération inverse, c'est-à-dire par une condensation de plus en plus forte, on peut réduire la matière m à l'état initial, ou, en d'autres termes la réduire au néant, vu que la densité ω ne redeviendrait infinie, ou $\Omega = \frac{m}{0}$ que dans ce point C lui, même. Or, cette hypothèse est contraire à l'indestructibilité de la matière, constatée par une foule d'analyses chimiques et appuyée par un raisonnement rigoureux. Vouloir expliquer la matière (pondérable, ou éthérée), par un développement initial, engendré dans un point sans étendue, c'est paralyser l'organe de la pensée, par une lumière dont il ne peut pas supporter l'imposant éclat. C'est le mystère de la création: la Toute-Puissance divine a créé la matière de rien, en la révoquant du néant,— Elle seule encore, peut l'y faire rentrer.

Pour être indestructible, il faut donc que la matière, en général, dans son développement supposé, commencé dans le point C, eût rempli le *volume initial*, sans diminution de densité [1]) ce qui est complètement inconcevable

[1]) *La densité infinie* du point C, au commencement du développement, veut dire, comme on le comprendra aisément, tout autre chose que *la densité infinie*

pour l'entendement humain, d'autant plus qu'on ne peut se faire aucune idée, sur ce prétendu volume initial. En effet, ce volume peut-être tel petit qu'il soit, sans nous priver de la faculté d'en imaginer un encore plus petit, et ainsi de suite. Comment entrevoir la limite où la pensée doive s'arrêter, sinon dans le point C? Lequel de tous ces volumes, de plus en plus petits, est, d'après cela, le volume initial?

Toute cette discussion signifie autrement, qu'on ne doit pas s'efforcer vainement à construire mentalement la matière, par un procédé dynamique, mais qu'il faut l'étudier toute faite, comme quelque chose de donné, *à postériori,* qui préexiste à toute conception intellectuelle. Il faut étudier la matière, disons-nous, telle qu'elle est sortie des mains créatrices de son Auteur, vu que la philosophie ne peut pas la créer, même dans la pensée.

Après cette courte digression, imaginez une sphère matérielle continue, infiniment petite, d'une densité infinie Ω et partant homogène: nommons α son rayon. Si rien n'arrête la pression intérieure et infinie, à sa surface, elle devra se dilater, indéfiniment, pour envahir l'immensité de l'espace. C'est e cas de l'*éther*, que nous avons indiqué plus haut (p. 19). Condensez cet éther par des pressions extérieures, appliquées sur tous les points de la surface et dirigées vers le centre de la sphère. Aussitôt que le volume comprimé sera réduit à $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$, toute condensation ultérieure cessera complètement. Le même raisonnement s'applique, sans restriction, à la matière pondérable, quoique nous ne connaissons pas encore, *pour le moment,* la force condensatrice qui maintient les atomes de la matière pondérable, à l'état immuable de corpuscules sphériques, infiniment petits et infiniment denses, ou absolument durs, dont nous désignons les rayons généralement par α (§ 13). Ce sujet sera discuté en détail, un peu plus tard. Le rayon de l'atome peut être une longueur finie (r) et même excessivement grande, pourvu que la sphère matérielle pondérable soit absolument dure, ou incompressible: mais, par des raisons exposées dans le § 10, nous supposerons r toujours infiniment petit, tel que α. On voit après cela, que notre *hypothèse* du §. 11 est rigoureusement légitime, en prenant la masse m infiniment dense, ($\Omega = \infty$), primitivement concentrée dans un volume infiniment petit $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$, au lieu d'un point mathématique. Elle fait voir en même temps l'impossibitité d'une *théorie purement dynamique,* ainsi que l'insuffisance d'une *théorie purement atomique* qui n'explique aucun des phénomènes naturels et où l'analyse mathématique

---

d'un point appartenant à une masse continue quelconque, dont la densité homogène est *infinie* (rem. à la Note I). La seconde exprime une idée positive, la première un cas impossible.

est tout-à-fait sans application. Mais comme la théorie de la *matière, donnée à postériori*, repose toujours encore sur un principe dynamique, cela fait que la véritable théorie de la nature est la *théorie atomo-dynamique.*

Kant est tombé dans l'erreur, par sa construction purement dynamique de la matière, ce qui fait qu'il a attribué à un secret de la nature (p. 9) les moyens par lesquels la matière pose (d'après lui) des limites à son propre développement. Nous n'avons employé une construction atomo-dynamique que pour faire entrevoir, *à priori* la loi de la force expansive réciproque aux cubes des distances, loi qui deviendra encore plus évidente dans le mémoire II, où nous traiterons des rapports mathématiques uniquement possibles, dans la conformation actuelle du monde physique, pour les forces permanentes, illimitées, c'est-à-dire actives à toutes les distances, ce qui les distingue des forces permanentes limitées, ou moléculaires. En attendant, la loi des cubes résulte de l'identité entre la densité de la matière et l'intensité de la force expansive, en vertu des équations (11) et (13), identité qui permet d'établir en toute rigueur, comme une vérité apodictique, que l'impénétrabilité est la matière (p- 2), ce dont on sera convaincu de plus en plus, à mesure qu'on poursuivra notre théorie plus loin.

§ 17.

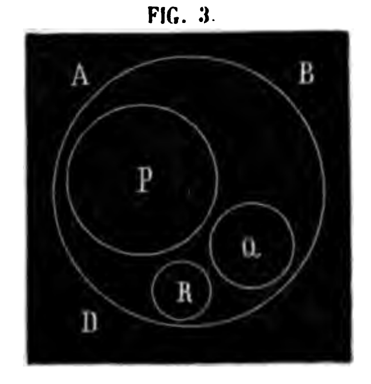
Revenons à l'équ. (13) qui est

$$\varphi = \pi \omega i \mu k,$$

où ω est la seule variable, en sorte que la pression intérieure sur la surface est proportionnelle uniquement à la densité, ce qui est exactement conforme à la *loi de Mariotte.* C'est le cas d'un fluide élastique et *stagnant* (après que l'équilibre s'est établi dans toutes ses parties); nous verrons, dans l'un des mémoires suivants, la modification que cette loi éprouve lorsque le fluide est en mouvement. Cela posé:

A) Si la *densité* ω est *constante*, φ l'est également, quel que soit r: (§ 13 p. 19 Fig. 1;) cela veut dire, que chacune des sphères P, Q, R, de plus en plus petites, exerce sur sa propre surface la même pression intérieure que la grande sphère homogène A B D sur la sienne. Lorsque, par une condensation successivement croissante, la résistance finale de la matière devient infinie et ne permet plus aucune compression ultérieure, cela montre tant de matière dans le volume ABD, qu'il ne peut plus en contenir davantage et dans ce cas la résistance infinie

FIG. 3.



susmentionée est rigoureusement ce qu'on entend sous le nom *d'impénétrabilité*. Mais alors ce cas, possible quel que soit le rayon de la sphère ABD, convient également à toutes les sphères plus petites P, Q, R, etc. et par conséquent : *l'impénétrabilité* est une force qui *ne peut avoir qu'une valeur unique* dans toute la nature, ou en d'autres termes, tout ce qui est matériel est impénétrable au même degré.

B) Supposons, en second lieu, le *rayon* r constant, ou plusieurs sphères de même rayon, mais de masses différentes: ici la densité, en passant d'une sphère à une autre, varie dans le même rapport que les masses, et si l'on prend ce volume pour unité, la densité pourra être prise indifféremment pour la masse, dans le calcul. Par la même raison, des portions de matière d'égal volume, prises dans l'intérieur de l'une de ces sphères, supposée homogène et partant continue, contiennent chacune une même quantité de matière, quelque petites que soient ces portions, réduites si l'on veut aux dimensions évanouissantes. Cette manière de voir nous a autorisé, dans la Note I, à prendre la densité d'un point mathématique (P) pour sa masse, comme si cette masse y était idéalement concentrée et nous sommes parvenu à un résultat mathématiquement exact et identique avec l'équation (12), où la masse du même point (P) était exprimée par l'équ. (8). p. 21.

C) Si dans l'équ. (13) la densité est variable, par une augmentation ou une diminution du rayon r ou, ce qui revient au même, par la dilatation ou la compression d'une *masse constante* m, alors la valeur de φ dépend du rayon r. Pour le faire voir, remplaçons ω par m, d'après $\omega = \frac{3}{4} \cdot \frac{m}{\pi r^3}$, et posons pour abréger

$$\frac{3i}{4} = c, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (15).$$

avec quoi l'équ (13) devient

$$\varphi = \frac{cm\mu}{r^3} \cdot k. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Ici, le dénominateur, est la seule variable et puisque la matière est indestructible, il faut qu'en condensant la masse constante m de plus en plus, on parvienne finalement à une limite où toute condensation ultérieure cesse complètement, comme physiquement impossible. Cette condition s'exprime analytiquement par $\varphi = \infty$. Il faut, en même temps, que le rayon r ne soit pas nul, c'-à-d. qu'on ait toujours $r > 0$, parce qu'autrement la matière serait annulée, ou détruite, quand $r = 0$. Les deux conditions, savoir $\varphi = \infty$ et $r = 0$, qui doivent mathématiquement avoir lieu simultanément, sont donc impossibles à remplir à la fois, comme étant mutuellement contradictoires. Il existe par conséquent au-moins un cas (et ce cas correspond à l'inde-

structibilité de la matière), où la valeur de φ, dans l'équ. (16), puisse devenir infinie, sans que le rayon r soit nul. Cela posé, il ne reste à notre disposition que la valeur de k qui doit être infinie, attendu que c, m, et μ ne le sont pas.

Cette nouvelle condition s'exprime ainsi: il existe nécessairement un cas, où $k = \infty$. Mais, puisque k est une constante numérique qui doit être infinie, pour le cas que nous venons d'examiner, cela fait que k, comme *constante*, doit être infinie pour tous les cas, ou pour toutes les valeurs de la densité variable ω, dans l'équ. (13). Pour le démontrer, reprenons notre équ. (14), en l'écrivant

$$k = -1 + 2\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots\dots\dots\dots\right)$$

ou, par abréviation, $k = 2s - 1$.

Quoique les termes de la série s, entre parenthèses, vont en décroissant et en convergeant vers zéro, il faut se garder de la prendre d'emblée pour une série convergente. En effet, disposons la par groupes, comme il suit:

$$\begin{aligned} s = & \left[\frac{1}{1}\right] \\ & + \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right] \\ & + \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25}\right] \\ & + \left[\frac{1}{27} + \dots\dots\dots\dots + \frac{1}{79}\right] \\ & + \dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

où le nombre de termes d'un groupe quelconque, entre parenthèses [ ], est égal au dénominateur du premier terme de ce même groupe.

Soit généralement s_x la somme de termes du $x^{\text{ème}}$ groupe, a le dénominateur de son premier terme, n le nombre de termes de ce groupe; on aura

$$s_x = \frac{1}{a+2.0} + \frac{1}{a+2.1} + \frac{1}{a+2.2} + \dots\dots + \frac{1}{a+2(n-1)}$$

Puisque les termes de s_x vont en décroissant, on a évidemment

$$s_x > \frac{1}{a+2(n-1)} \cdot n$$

et comme $n = a$, il vient

$$s_x > \frac{a}{3a-2},$$

et *à fortiori*

$$\frac{s}{x} > \frac{a}{3a},$$

ou

$$\frac{s}{x} > \frac{1}{3}.$$

La série entière s se compose d'une infinité de groupes, tels que $\frac{s}{x}$, et puisque la somme de chaque groupe est plus grande que la fraction $\frac{1}{3}$, il en résulte que s est infinie, et par suite.

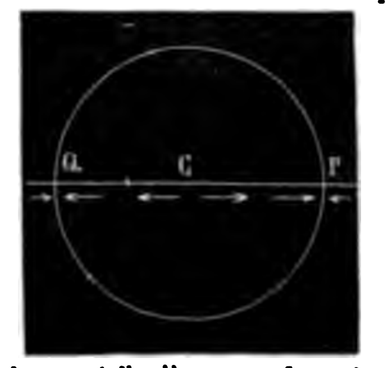
$$k = \infty.$$

Si l'on désigne la somme infinie de la série s par $\frac{1}{0}$, on aura (d'après l'équation $k = 2s - 1$, où l'unité négative disparaît)

$$k = \frac{2}{0}$$

Que veut donc dire, après cela, la valeur de k infinie pour tous les cas ou pour toutes les valeurs de la densité variable ω ?—

Pour répondre à cette question, observons que la matière manifeste une résistance répulsive au moment même où elle vient en contact avec une autre matière. Cette résistance est précisément ce qui dénote la présence de la matière, et lorsque cela a lieu par suite du contact, on est en droit de dire, que la matière se fait sentir (bien entendu à un corps susceptible de sensation) au moyen de son *impénétrabilité de contact*. Si p. ex, la figure 8 (bis) représente la coupe diamétrale d'une bille de billard (supposée incompressible), qui eût reçu une impulsion en P, dans la direction PC, la bille reculerait et son centre, supposé libre, prendrait un mouvement de translation rectiligne suivant CQ, indiqué par les flèches. Quelle est la cause de ce mouvement?—évidemment l'impénétrabilité, qui fait qu'une autre matière ne peut pas occuper l'espace que la sphère PQ occupe, pendant qu'elle l'occupe. La sphère cède donc sa place, rigoureusement en vertu de la résistance qu'elle oppose au mouvement. Il est impossible de déplacer p. ex. le cône d'ombre qu'une sphère opaque rejette en arrière, en présence d'un point lumineux, tant que cette sphère et ce point sont en repos, par ce que le cône d'ombre ne présente aucune résistance au mouvement. Supposons ensuite le centre de la bille C fixe et sa surface soumise à des pressions extérieures, égales dans tous les points et dirigées vers le centre. Au moment même où ces pressions seraient ap-



pliquées, la résistance φ dans l'équ (13) deviendrait infinie, à cause du contact qui correspond à la valeur de k infinie dans tous les cas. Mais cette résistance n'empêcherait pas le mouvement de la surface vers le centre, jusqu'à ce que par une diminution de volume continuée de plus en plus, toute condensation ultérieure ne devienne physiquement impossible, en vertu de la densité finale $\Omega = \infty$. Cette explication conserve à l'équation (13) toute sa généralité. en y considérant le facteur k comme une constante numérique ordinaire et en observant que ω est une variable indépendante de k, en sorte que φ n'est qu'un *infini relatif.* Par ex.: traçons sur un plan infini deux droites parallèles, d'une longueur infinie b, à la distance h l'une de l'autre. La surface de cette bande sera $hb = h\infty$; ce sera un *infini relatif.* Prenons après cela la distance h double, triple, ou généralement x fois plus grande: la surface de la bande deviendra 2 h b, 3 h b. . . . . $xhb = xh\infty$, à cause de $b = \infty$ qui est une quantité *infinie* et *constante.* De cette manière, la surface de la bande croîtra, mais ne sera toujours encore qu'un *infini relatif.* Supposons finalement, que h devienne *infinie* et *constante* à son tour: la surface de la bande représentera celle d'un plan infini et deviendra un *infini absolu,* parce que cette fois tous les deux facteurs ne sont plus susceptibles d'augmentation. Comparez maintenant b à k, h à ω et hb à φ, et vous aurez la même explication que la précédente, par un procédé synthétique. Nous dirons donc : tant que la densité ω de la matière est variable, φ n'est qu'un *infini relatif* et n'exprime que *l'impénétrabilité de contact;* une fois parvenue à la valeur de $\Omega = \infty$, la densité donne à φ la valeur d'un *infini absolu.* Mais φ exprime-t-il *l'impénétrabilité de toute la masse m?*. c'est ce que nous verrons plus loin.

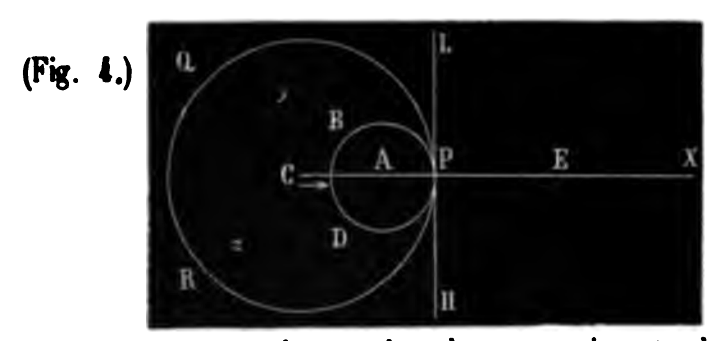
§. 18.

Nous avons vu (prop. B, page 21) que la force expansive agit *au contact et au moyen du contact:* nous prouverons, maintenant, qu'elle n'agit même jamais et nulle part autrement.

En effet, supposons que le plan de la figure représente la coupe diamétrale de deux sphères, PQR, et PBD, dont C et A sont les centres et P le point de contact; soit, de plus, Fig. 4.

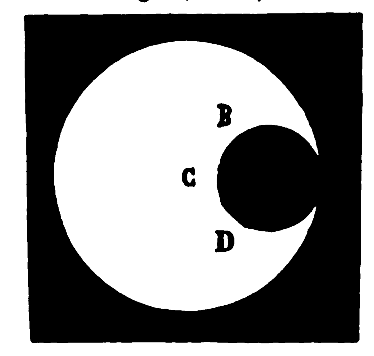
LH la projection du plan tangent à ces deux sphères en P, normal au plan de la figure. Pour éviter les circonlocutions, nous dirons *toujours:* le plan LH, la sphère PBD, la sphère C etc.: on saura ce que cela veut

(Fig. 1.)



dire. Supposons, après cela, que le volume compris entre les surfaces des sphères PQR et PBD soit matériel, et le volume de la sphère A vide, comme on le voit sur la figure.

Fig. (1 bis),



Où la partie blanche représente la matière et la partie noire le vide. Nous désignerons le premier volume PQRDB, sous le nom de lunule solide. (Fig. 1). Cela posé, il est évident que la répulsion exercée par la lunule solide sur le point P est nulle, par ce que si la sphère homogène PQR était primitivement pleine et avait la densité ω', on n'aurait qu'à retirer toute la matière de la sphère PBD, pour avoir l'action de la lunule solide sur le point P, action, égale à la différence $\varphi - \varphi = 0$. Cela résulte de l'équ. (13), (indépendante des rayons CP et AP), où ω' a la même valeur pour les sphères C et A, lorsque A est pleine. Quelle est donc la cause de ce phénomène, d'autant plus surprenant que toutes les forces répulsives partielles de la lunule, comme p. ex, celles de y, z etc.: qui agissent sur le point P, pour le détacher de la surface PQR, dans la direction PX (où CPX est une droite) ont leurs composantes dirigées dans le même sens, indiqué par la flèche, ce qui fait qu'elles s'ajoutent, mais ne se détruisent pas? Cette cause réside, évidemment et uniquement, dans l'interruption du contact. En effet, si, sans quitter le point P, on donne au plan tangent HL, une inclinaison sur CX, même infiniment peu différente de l'angle droit CPL, ce plan détachera un segment de la sphère PBD, et par conséquemment toutes les droites tirées du point P aux points de la circonférence de ce segment, tracée sur le plan susdit, passeront par le vide. Du point P on ne peut donc parvenir, en ligne droite, à aucun point de la surface concave PBD et, à plus forte raison, à aucun point de la lunule matérielle, sans passer par le vide, Ainsi, la *force répulsive réciproque aux cubes des distances*, n'a plus la faculté

d'agir après l'interruption du contact, c'est-à-dire qu'elle *n'agit pas à distance, s'il y a là quelque part, une solution de continuité.*

Si l'on commence à rapprocher le point A du point P, le volume de la sphère vide diminue, et il peut devenir moindre que chaque volume donné, sans que pour cela l'action de la lunule matérielle, sur le point P, soit autre que nulle. Cela est encore évident, à cause de l'équ. (13), indépendante du rayon AP. Le seul moyen de restituer à la force φ toute sa valeur, est de faire coïncider le point A avec P, cas où la lunule redevient une sphère matérielle pleine. Cela posé, toute l'action répulsive d'une sphère matérielle, homogène, sur un point mathématique de sa surface, ne réside que dans ce point même, c'est-à-dire que *la force expansive n'agit qu'au contact,* ce qu'il s'agissait de démontrer.

Le même résultat est évidemment vrai pour une forme et une densité quelconques.

§ 19.

Nous devons prouver actuellement, que *la force expansive* ou répulsive, n'agit en second lieu qu' *au moyen du contact.*

Pour y parvenir, reprenons l'équ, (12) qui dit, qu'au centre de la sphère, $a=o$ et partant $f=o$; qu'à la surface $a=r$, ce qui donne $f=\infty$, et qu'entre le centre et la surface, la force a toutes les valeurs réelles et finies possibles, comprises depuis zéro jusqu'à l'infini.

Fig. 5.



Prenons un point quelconque A, dans l'intérieur de la sphère PQR, et faisons passer par A, le plan VU, perpendiculaire au rayon C A P et partant au plan de la figure Supposons, ensuite, que A soit le centre de la lentille biconvexe VBUPV, formée de deux segments, d'égale courbure, qui se touchent par la base VU. Admettons que la lentille soit seule matérielle, et la lunule VQRUBV vide: alors, la force en A sera nulle, par une raison de symétrie.

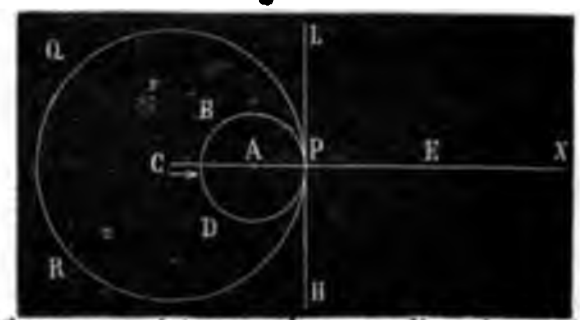
Supposons, après cela, le cas contraire, c'est-à-dire, la lentille vide, mais la lunule matérielle. Le point A ne sera encore sollicité par aucune force, mais, cette fois, parce que les forces répulsives de la lunule, qui doivent agir sur le point A, passent par le vide. Or, en vertu de l'équ. (12), la lunule transmet son action au point A, quand toute la sphère PQR est matérielle, et cela par le moyen du segment VBUAV qui, quoique lui-

même inactif à l'égard de A, à cause du segment opposé VPUAV, sert, nonobstant cela, de véhicule aux forces de la lunule. C'est donc à la lunule, qu'est dûe l'action de la sphère pleine sur un point intérieur, attendu que la lentille, dont ce point est le centre, est inactive. Dans le point C, la lentille se réduit à la sphère PQR, et la lunule à zéro: alors toutes les forces s'anéantissent en C. A mesure que A avance de C vers P, la lunule, d'abord infiniment mince croît de plus en plus, et ses forces qui agissent sur A, pour le pousser vers P, d'abord infiniment petites, augmentent progressivement, tandis que la lentille décroît. Quand la lentille devient infiniment petite; la lunule exerce toujours encore toute son action sur A, au moyen du contact de toutes les parties situées sur des droites passant par A, ou au moyen de la demi-lentille BA. Enfin, dans le point P, c'est la lunule qui devient, à son tour, une sphère pleine PQR qui transmet au point P toutes ses forces répulsives, comme une seule force égale à φ.

Ainsi, *la force expansive* intérieure *n'agit qu'au contact et au moyen du contact.*

Une force infinie confinée dans un point sans étendue, n'est pas facile à concevoir, de prime abord, par ce qu'en faisant abstraction de la loi d'inertie, pour n'avoir à considérer que l'effet dû uniquement à la force répulsive, on ne voit pas: pourquoi une force quelconque φ agissant sur le point P, dans la direction PX, est incapable de détacher ce point, de la surface PQR?— (Fig. 4), incapable, disons-nous, par ce que le plus petit pas que ferait P vers X l'amenerait dans une position où la force répulsive est nulle. Cette proposition est cependant très-loin d'être erronée. Et réellement; si la masse se appartenait à l'éther, il est impossible que la force infinie répulsive dans le point P (et subordonnée à un rapport inverse des distances, autre que celui des cubes) ne produise aucun effet apparent, ou ne contribue en rien pour pousser P, dans la direction PX.

Fig. 4.



Aussi, l'éther ne persévère pas dans ses dimensions primitives, et se dilate indéfiniment dans l'espace, de manière à former une masse toujours

continue, dont la densité décroît et dont tous les points matériels sont cependant en contact, sans interruption. Pour la matière pondérable, nous ne connaissons pas encore l'agent condensateur qui la maintient à l'état permanent de $\frac{4}{3}\pi r^3$, en arrêtant la dilatation: il faut donc, en attendant, éclaircir ce cas, par un exemple.

A cet effet, supposons que la sphère P Q R soit un corps parfaitement élastique, appuyé contre un plan fixe H L, dont toute la partie LHXL est absolument dure, et dont la surface plane projetée en HL, est normale au plan de la figure, comme on l'a vu plus haut. La pression φ que cette sphère, dont le centre C est également fixe, exerce contre le plan, en P, est dirigée dans le sens de la droite C P X; l'effort, auquel le plan doit résister, se mesure par φ et puisque le point P est en repos, la vitesse que φ tend à communiquer à ce point, n'est qu'une vitesse virtuelle ou la vitesse naissante que P prendrait vers X, à l'instant même où l'obstacle en P serait enlevé. Des plans, tels que HL, appliqués simultanément sur tous les points de la surface PQR, produiraient un corps absolument dur, ayant intérieurement une concavité sphérique,—un corps capable d'arrêter le développement de la sphère PQR, placée dans cette concavité. Nous verrons bientôt, par quel moyen ce corps imaginaire est remplacé dans la nature.

§ 20.

Ainsi, la force répulsive φ, donnée par l'équ. (13), ne réside que dans un point mathématique, notamment le *point de contact*, et par conséquent l'action de la masse totale m n'a aucune influence sur cette force, attendu qu'on peut augmenter ou diminuer m (sans toucher à la densité) de manière à laisser φ invariable. Puisque k est une constante numérique infinie et constante, quelle que soit la densité ω, cela signifie qu'elle est indépendante de ω et réciproquement. Cela posé, la valeur variable de ω ne modifie pas l'impénétrabilité infinie et constante du point de contact, dûe à k, mais détermine seulement l'état phoronomique de ce point. Lorsque p. ex. ω est variable, le point de contact est mobile; mais si cette densité devient infinie (masse incompressible), alors le point de contact se réduit au repos, comme s'il était adossé à un obstacle insurmontable et fixe.

Toute cette digression, au sujet l'équ. (13), tend à faire voir, que cette équation n'est qu'un cas fictif et purement idéal, car que veut dire la résistance infinie d'un point mathématique? Si la masse totale m, n'y prend aucune part, cette résistance n'est donc pas l'impénétrabilité de cette masse, par conséquent la valeur de φ, dans l'équ. (13), est insuffisante pour exprimer l'impénétrabilité de la matière. Le point de contact, abandonné ainsi à ses propres moyens, ne

peut manifester aucune résistance, par ce que n'étant pas étendu, il ne peut pas contenir de la matière et sa résistance serait la *force d'un rien*. L'équ. (13) a été déduite dans la supposition que la force répulsive réciproque aux cubes, peut *agir à distance* (sans aucune restriction), d'après l'équ. (3) de la page 23 ; or, nous voyons maintenant, que tel n'est pas le cas de la nature et que l'équation (13) donne à la force φ une extension qu'elle n'a pas. Il est vrai que la même objection peut s'adresser immédiatement aux forces f et f équ. (11) et (12), mais comme elles agissent dans des limites étendues, cela a permis de les soumettre à une intégration (comme nous le verrons plus loin) et d'obtenir ainsi des résultats conformes aux lois naturelles, tandis que la force φ est confinée dans un point mathématique et que, de cette manière, toute transformation directe de l'équ. (13) devient impossible. Elle est même complètement superflue pour notre but, n'étant qu'un cas particulier des équ. (11) ou (12), et pour ramener celles-ci à leur juste valeur, nous avons usé de tous les moyens qui étaient en notre pouvoir (v. les équ. (28) et (30) en employant une méthode analogue à celle des approximations successives, c'est-à-dire que nous avons obtenu d'abord les formules (11) et (12), comme si la force f ou f avait la faculté d'agir à distance et plus tard nous lui avons restitué cette faculté.

Après cela nous allons abandonner l'équ. (13) qui ne nous servira plus de beaucoup. Nonobstant cela, elle nous a été très-utile: 1°) pour établir *à priori*, la *loi de Mariotte*; 2°) pour faire voir que *l'impénétrabilité* naît au moment même du contact et 3°) pour obtenir les résultats des §§ 18 et 19. Nous donnerons bientôt une formule pour *l'impénétrabilité de la matière*, avec toute la rigueur mathématique.

§ 21.

Introduisons la valeur de ω (§ 13), qui est $\omega = i\frac{m}{\pi r^3}$, dans l'équ. (11): nous aurons

$$f = \frac{3\,i m\mu}{4\,r^3}\left(\frac{1+3}{1.\;3}\,\frac{r^3}{a^3} + \frac{3+5}{3.\;5}\,\frac{r^5}{a^5} + \frac{5+7}{5.\;7}\,\frac{r^7}{a^7} + \cdots\cdots\cdots\right)$$

C'est à dessein que nous n'abrégeons pas le facteur constant $\frac{3i}{4}.\,\frac{m\mu}{r^3}$, avec la partie variable (à cause de a) entre parenthèses, ce qui pourrait se faire au moyen du dénominateur $4\,r^3$. *Mathématiquement*, on peut le faire en tout temps, à volonté, si besoin l'exige; mais, *métaphysiquement*, on ne doit pas faire cette abréviation, afin de laisser la partie variable en évidence et sans altération, attendu qu'elle implique les propriétés essentielles de la

matière en général, comme on l'a déjà vu et comme on le verra encore, plus d'une fois.

Nommons, pour abréger comme dans l'expression (15),

$$\frac{3\,i}{4} = c:$$

alors, l'équation précédente se réduit à

$$(17) \qquad f = \frac{cm\mu}{r^3}\left(\frac{1+3}{1.3}\cdot\frac{r^3}{a^3}+\frac{3+5}{3.5}\cdot\frac{r^5}{a^5}+\frac{5+7}{5.7}\cdot\frac{r^7}{a^7}+\ldots\ldots\right).$$

Lorsque la distance a devient infinie, par rapport à r, tous les termes, entre parenthèses, s'évanouissent, à l'exception du premier qui, étant indépendant de r à cause du dénominateur dans le facteur constant $\frac{cm\mu}{r^3}$, donne dans ce cas,

$$f = \frac{i\,m\,\mu}{a^3}$$

Cela veut dire que: si la force, réciproque aux cubes des distances, avait la faculté d'agir à distance, à travers le vide, ou, malgré la solution de continuité, une sphère matérielle homogène aurait agi sur un point matériel μ, extérieur et éloigné à l'infini, *comme si toute la masse de la sphère était réunie dans son centre*. On sait que pour une force qui suit le rapport inverse des carrés des distances et que pour une loi directement proportionnelle aux distances (qui n'est pas celle de la nature), les sphères homogènes jouissent de cette propriété, *à toutes les distances*, de même que les sphères composées de couches concentriques, d'une densité constante pour la même couche, mais variable d'une couche à l'autre, suivant une loi quelconque.

Si l'on prend, au contraire, pour la distance a une valeur finie, grande ou petite, et même une valeur infiniment petite, et si l'on suppose, après cela, la sphère matérielle réduite à un point mathématique, agissant comme un point dynamique dans lequel la masse m serait idéalement concentrée, on aura $r = 0$. Tous les termes de la série, entre parenthèses, deviendront encore nuls, excepté le premier, indépendant de r, et l'on obtiendra, comme précédemment,

$$f = \frac{im\mu}{a^3}. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Cette équation est identique avec l'équ. (3), p. 23, où la force γ (supposée comme pouvant agir, à distance à travers le vide) se remplace ici par f, la distance b par a, et la masse évanouissante dm par la masse m, idéalement concentrée dans un point, tel que P. (Fig. 2). Ainsi, l'équ. (11), la même que l'équ. (17), donne immédiatement l'équ. (18), ou l'équ. (3), c'est-à-dire, la formule initiale qui a servi de base à toute notre analyse.

Prenons, après cela, l'équ. (12) et remplaçons y, également, la densité ω par la masse m: nous aurons:

$$f = \frac{cm\mu}{r^3}\left(\frac{1+3}{1.\ 3}\cdot\frac{a}{r}+\frac{3+5}{3.\ 5}\cdot\frac{a^3}{r^3}+\frac{5+7}{5.\ 7}\frac{a^5}{r^5}+\ldots\ldots\ldots\right). \quad (19)$$

C'est une équation qui nous sera indispensable tout à l'heure.

§ 22.

Mais avant que d'aller plus loin, qu'on nous permette encore une courte digression dans le but d'alléger le travail de la pensée aux personnes moins familières avec les différentes ressources de la métaphysique et de l'analyse infinitésimale.

(Fig. 6.)



Imaginez des surfaces mathématiques, sphériques et concentriques en A, telles que p. ex. BHL et PQR: nommons r le rayon AP. Faisons AB$=a_{,}$, AC$=a_{,,}$, AD$=a_{,,,}$, etc., où (Fig. 6).

$$AB = a_{,}$$
$$AC = AB + BC = a_{,}+da_{,} = a_{,,}$$
$$AD = AC + CD = a_{,,} + da_{,,} = a_{,,,}$$

et ainsi de suite.

D'après cela, BC est l'élément différentiel de AB, CD l'élém. diff. de AC, etc. La surface BHL est égale à $4\pi a_{,}^2$. Supposez, ensuite, que cette surface commence à se développer, pour passer par tout l'espace environnant et tracer, par ce mouvement, une enveloppe infiniment mince dont $4\pi a_{,,}^2$ est la surface extérieure. Ici, la surface BHL s'arrête; mais admettons que, cette fois, la surface mathématique $4\pi a_{,,}^2$ se développe, à son tour, en produisant une seconde enveloppe infiniment mince dont $4\pi a_{,,,}^2$ est la surfaces extérieure, et ainsi de suite. Le mouvement de toutes ces surfaces successives est identique avec celui de la surface initiale unique BHL qui, en passant par tous les degrés de grandeur, depuis B jusqu'à P, aurait engendré, par ce mouvement, l'enveloppe PQRBLH dont l'épaisseur finie est BP.

Pour exprimer ce développement, ou cette portée au dehors, il faut évidem-

ment multiplier la surface initiale BHL par BC qui sert de mesure à cette portée, attendu que l'enveloppe physique qui en résulte doit être plus ou moins mince, et partant moins ou plus volumineuse, selon que la portée BC est plus ou moins courte, ou en d'autres termes, le volume de l'enveloppe initiale, engendré par ce mouvement, doit être directement proportionnel à la longueur de l'élément différentiel $da_{,}$. En raisonnant, d'une manière analogue, pour toutes les enveloppes successives, infiniment minces, on parviendra au volume V' de l'enveloppe PQRBHL, si l'on prend leur somme infinie, depuis B, jusqu'à P, c'est-à-dire,

$$4\pi\,(a_{,}^2 da_{,} + a_{,,}^2 da_{,,} + a_{,,,}^2 da_{,,,} + \ldots\ldots\ldots\ldots),$$

ou l'intégrale

$$4\pi \int_{a_{,}}^{r} a^2 da.$$

Mais, comme

$$\int a^n da = \frac{a^{n+1}}{n+1},$$

il vient, finalement,

$$V' = \frac{4}{3}\pi(r^3 - a_{,}^3).$$

Si l'on voulait obtenir le volume V de la sphère entière, il faudrait intégrer, depuis $a=o$, jusqu'à $a=r$, après quoi

$$V = \tfrac{4}{3}\pi r^3.$$

Le même raisonnement vaut aussi pour l'extérieur, où l'on posera PΓ égal à l'élément différentiel de AP, ΓΔ à l'élém. diff. de AΓ, ΔE à l'élém. diff. de AΔ et ainsi de suite. On trouvera, après l'intégration de

$$4\pi \int_{r}^{\infty} a^2 da,$$

le volume de l'espace infini, qui entoure la sphère PQR, égal à

$$\frac{4}{3}\pi\left(a=\infty\right)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ (1)}$$

Nous pouvons, maintenant, reprendre notre théorie analytique de la matière.

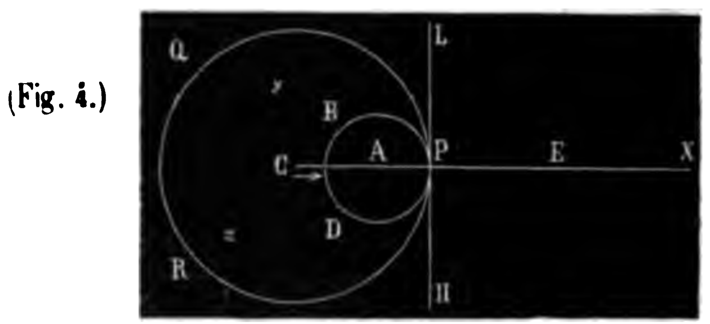
§. 23.

Toutes les forces extérieures, telles que f, données par l'équ. (11), devraient avoir la faculté de *pousser* les éléments matériels, situés sur la surface de la

1) Cela a fait dire à certains philosophes, que l'espace illimité est une sphère d'un rayon infini dont le centre est partout et la surface nulle part. Nous rappelons cette phrase, qui n'est d'aucun intérêt pour personne, comme une preuve de cette tendance fréquente vers les subtilités futiles de l'école qui ont souvent discrédité les meilleures conceptions des métaphysiciens.

sphère pleine PQR et à l'extérieur, *à une distance infinie* du centre C, ou, autrement dit, de développer la matière à l'infini et pourtant cela n'a pas lieu pour la matière pondérable qui fait l'objet du présent mémoire. Quant à l'éther, cette action, qui sera discutée dans l'un des mémoires suivants, se

(Fig. 4.)



modifie, à distance et à travers le vide, et ne s'accorde plus avec les phénomènes voulus par l'équ. (11). D'où vient donc la cause de cette anomalie qui ne permet pas à la force répulsive, infinie à la surface de la sphère, de détacher le point P de la surface PQR et, à plus forte raison, de pousser le point E dans la direction EX? Toutes les composantes de la force répulsive f, telles que les répulsions partielles de y, z etc. agissent cependant, plus ou moins dans le même sens, indiqué par la flèche, et aucune de leurs projections sur CX, et CX prolongée à gauche, n'est ni égale à zéro, ni négative: (pour les actions sur un point intérieur, ces cas sont possibles). Outre cela, l'équ. (11) ne donne pas de valeurs imaginaires pour la force f. Cela posé, toutes les forces f, données par l'équ. (11), seraient donc des *forces perdues* [1]).

Mais, comme rien ne se perd dans la nature, comme tout ce qui s'anéantit, en apparence, ne fait que changer de forme (mode d'existence ou manière d'être), par une véritable métamorphose, ce dont la Chimie fournit tous les jours une foule d'exemples, et comme la force permanente est indestructible de même que la matière, il s'en suit que les forces perdues, que nous venons de nommer, doivent se retrouver totalement, quoique revêtues d'une *forme* nouvelle qu'il s'agit de découvrir. Cette forme est *la loi de la gravitation universelle*.

§ 24.

Soit A le centre de la sphère PQR, homogène et partant continue que,

---

[1]) On ne doit pas confondre cette dénomination avec celle des forces dont l'effet est annulé, en vertu de la liaison mutuelle des points d'un système, et que l'on désigne aussi par le nom de *forces perdues*, dans le principe de d'Alembert.

(Fig. 6.)



pour fixer les idées, nous supposerons *pondérable*. Nommons $AP = r = a'$, $P\Gamma = da'$, $A\Gamma = a''$, $\Gamma\Delta = da''$, $A\Delta = a'''$, $\Delta E = da'''$, et ainsi de suite. Désignons par f' la première des *forces extérieures*, capable de pousser le point μ (c'est-à-dire une masse évanouissante μ, idéalement concentrée dans un point mathématique) placé en P, depuis P, jusqu'à Γ. La force f' agirait donc, *comme constante*, dans l'intervalle infiniment petit PΓ et serait, ainsi par conséquent, proportionnelle à la différentielle da'. Si l'on ne prenait que f', au lieu de $f'da'$, cela donnerait une force confinée dans un point et ne produisant aucun effet apparent, à l'instar d'une simple pression qui ne peut pas avoir lieu sans qu'il y ait un obstacle quelconque qui s'oppose au mouvement. La différentielle da' donne donc une extension à f' et exprime, par conséquent, la portée de la force f' dans l'intervalle infiniment petit PΓ. (Voir, par analogie, le §. 22.) En vertu de la force $f'da'$, le point μ aurait parcouru la distance PΓ et se serait arrêté dans le point Γ, parce que μ doit être supposé absolument *dépourvu d'inertie*, afin de n'avoir à considérer que l'effet dû uniquement aux forces répulsives de la sphère PQR. Arrivé en Γ, μ serait sollicité par une seconde force f'' qui l'aurait poussé jusqu'à Δ. Il aurait parcouru de cette manière l'intervalle ΓΔ, par l'effet de la force $f''da''$, et, parvenu en Δ, il s'arrêterait une seconde fois. Mais ici viendrait une troisième force f''', et ainsi de suite, l'une après l'autre, sans intermission et sans ces pauses dont il a été question tout à l'heure. Si l'on désigne donc, par F, la somme infinie de toutes ces répulsions successives et par a, généralement, la distance de μ au centre A, distance où la force est f, on aura

(20) . . . . $F = f'da' + f''da'' + f'''da''' + \ldots\ldots$

ou l'intégrale indéfinie

$$\int fda.$$

Cette intégrale étant prise, depuis $a = r$, jusqu'à $a = \infty$, donne l'expression

(21) . . . . $F=\int_r^\infty f da$[1]).

pour la force F, appliquée sur la surface de la sphère et capable de pousser le point μ, dans la direction (du rayon prolongé) PE, depuis P jusqu'à l'infini. Ainsi, des forces répulsives égales à F et appliquées simultanément sur tous les points de la surface sphérique PQR, dans la direction de ses rayons divergents, auraient le pouvoir de dilater à l'infini cette surface et, par conséquent, toute la masse m englobée par cette surface.

Or, puisque cette dilatation de la matière *pondérable* n'a pas réellement lieu dans la nature, cela veut dire que la force F est *latente*, à la surface de la sphère, ou simplement virtuelle, ce qui ne peut être dû qu'à une *force opposée* G, appliquée simultanément sur tous les points de la surface sphérique et dirigée vers son centre. Cette force G est la *gravitation universelle*.

Pour arrêter le développement de la matière, il faut donc, nécessairement, qu'on ait (22) . . . . . . $G=-F$,
car, comme il est impossible d'engendrer et même d'imaginer une force plus grande que celle qui a le pouvoir de développer *à l'infini* une masse telle petite qu'elle soit, cela fait que la force F et partant G sont deux forces infinies égales, dont la résultante est

$F+G=0$ . . . . (22, bis).

---

[1]) Nous rappelerons, à cette occasion, un procédé du calcul des probabilités. En nommant ξ (ε) la probabilité d'une erreur ε, on a la formule connue *Berlin. astron. Jahrbuch* 1834)

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \xi(\varepsilon) = 1;$$

mais cela voudrait dire, que pour une erreur déterminée, la valeur de la fonction ξ est infiniment petite. Pour obvier à cet inconvénient, on ne prend pas la probabilité d'une erreur déterminée, mais celle d'une série d'erreurs, comprises entre deux limites infiniment rapprochées, ε et $\varepsilon+d\varepsilon$, dans l'intervalle desquelles la valeur de la fonction ξ (ε) est considérée *comme constante*. D'après cela, la probabilité des erreurs, dans l'intervalle de ε à $\varepsilon+d\varepsilon$, est égale à $\xi(\varepsilon).d\varepsilon$, et généralement, pour les limites $-\infty$ et $+\infty$, on a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi(\varepsilon).d\varepsilon=1.$$

Cette dernière formule est tout-à-fait analogue à l'équ. (21), où la force f est une certaine fonction ζ de la distance a, ce qui donne

$$F=\int_r^\infty \zeta(a).\,da.$$

et donne lieu à l'équilibre sur la surface. Elle ne produit par conséquent aucun effet apparent *(force latente)* [1]) ce qui imite le résultat énoncé à la fin du § 18, relativement à la force expansive, qui n'agit qu'au contact et qui est confinée dans un point mathématique. Ici ce point est le point d'application des forces F et G.

La résistance infinie F que la matière oppose à la condensation absolue est dûe à la densité, conformément à la *loi de Mariotte.* Ainsi, la force condensatrice, qui est ici $G=-\infty$, c'-à-d. infiniment négative, doit être neutralisée par une telle valeur de la densité ω, qui ne soit plus susceptible d'augmentation, ou, autrement dit, la densité doit être $\Omega=\infty$, ce qui deviendra tout-à fait évident par la suite. On doit donc se rappeler, que l'identité (22) ne subsiste que pour le cas, où la densité est infinie. Cela posé, la force positive F *exprime,* en toute rigueur, *l'impénétrabilité* de la matière.

§ 25.

L'équ, (11) ou (17) se présente ainsi sous une forme purement métaphysique, parcequ'elle ne nous avertit pas directement (V. la remarque à la p. II), que f est une *force perdue* à toutes les distances, depuis la surface de la sphère, jusqu'à une distance infinie de son centre, elle dit: au

---

[1]) On n'a pas encore, que nous sachions, suffisamment examiné la question des *forces latentes.*

On trouve dans la nature des forces, ne produisant aucun effet apparent et pour ainsi dire endormies, qu'un rien peut réveiller et donner lieu à des résultats dynamiques formidables. Dira-t-on que le simple attouchement d'un très-petit grain, avec une pointe incandescente, ou une étincelle électrique, puisse être la cause créatrice d'une énorme puissance, développée dans l'explosion d'une mine à poudre? N'est-ce pas réellement une *force latente,* mise subitement en liberté? les tremblements de terre son dûs, sans le moindre doute, à des causes analogues.—La plus violente détonnation peut être déterminée par le contact d'une petite quantité de chlorure d'azote avec une goutte d'huile fixe. On produirait des effets encore beaucoup plus surprenants, si l'on pouvait dégager instantanément p. ex., l'électricité latente d'un gramme d'eau etc. Mais comme une même quantité d'eau peut être décomposée et recomposée une infinité de fois, cela signifie que la force latente, dont il s'agit, est indestructible. Le même principe n'a plus la même évidence dans les deux exemples précédents. On est en droit de demander: que devient la force disparue après l'explosion?

La résultante $G+F=0$ ne peut pas être décomposée. Puisque la force $-G$ e'st inhérente à l'essence de la matière, cela fait que la force $+F$ ne peut être mise en liberté par aucun moyen. Si cela pouvait être, la matière pondérable serait convertie en éther.

contraire, que pour $a=\infty$, on a $f=\frac{im\mu}{a^{2}}$, p. 39. C''est l'équ. (13) et plus particulièrement le § 18, qui nous ont découvert le resultat précédent. Dans l'analyse du § 24, nous avons donc suivi une méthode également métaphysique, qui se résume, comme on l'a vu, dans un artifice du calcul.

Nous avons notamment décomposé une certaine force F, latente et virtuelle à la surface de la sphère, équ. (20), en une infinité de forces répulsives extérieures (généralement f), capables chacune d'agir à distance, mais seulement de proche en proche, comme des forces naissantes, sans intermission *l'une après l'autre* (pour remplacer *l'inertie*), afin que les forces f, devenues, de cette manière, mentalement libres et actives, restituent à l'équ. (11) toute sa valeur perdue. La même remarque s'applique, sans aucune restriction, à l'équ. (12) ou (19). Ici encore la force répulsive intérieure f est incapable d'agir à distance, s'il y a quelque part sur son passage une *solution de continuité*, et généralement elle n'agit pas *à distance*, dans le vide, et ne peut agir qu'au moyen de la matière continue interposée. C'est ce que l'équ. (12) ne nous dit pas et donne au contraire pour f une suite de valeurs finies, comprises depuis zéro jusqu'à l'infini dans l'intervalle du centre à la surface de la sphère. C'est encore, cette fois, le § 19 qui nous a appris ce résultat de la discontinuité. Il faut donc également utiliser le procédé du §. 24, à l'égard de l'équ. (19). A cet effet, pour rendre les forces f tout-à-fait libres et actives, attendu qu'elles ne sont que virtuelles et latentes tant que la surface est en repos, il faut supposer qu'elles agissent dans le vide, ou, ce qui revient au même, il faut considérer les forces f en elles—mêmes, comme si elles étaient tout-a-fait séparées de la matière. Cela posé, on regardera m dans l'équ (19) comme une constante numérique ordinaire, et l'on dira que la force intérieure f à la distance a du centre A, est une certaine fonction de quatre constantes données, savoir c, m, μ et r, et de la variable a qui exprime généralement la distance de μ à A, dans l'intervalle AP, (Fig. 6.), comme f est l'expres-

(Fig. 6.



sion générale de la force répulsive qui a lieu à cette distance. Ainsi, a peut

avoir tous les degrés de grandeur, depuis $a = 0$, jusqu'à $a = r$, et f depuis $f = 0$, jusqu'à $f = \infty$. Pour un point intérieur quelconque, p. ex. D, on regardera toutes les forces intérieures, dans le vide supposé PQR, données par l'équ. (19) et exprimées par leur résultante f, où a devient $a = AD$, comme réunies dans ce point et capables de pousser μ placé en D, dans la direction DE, à une distance infiniment petite de son point de départ, distance qui est la différentielle de AD. Parvenu à l'extrêmité extérieure de cette différentielle, μ s'arrêtera, tout comme dans le paragraphe précédent, et ainsi de suite. La constante μ est une masse évanouissante, idéalement concentrée dans un point mathématique, tel qu'ici p. ex. le point D.

Si, après cela, on applique à l'équ. (19) le raisonnement des §§. 22 et 24, et si l'on désigne par $\mathfrak{F}$ la force, capable de pousser le point μ, depuis A jusqu'à P, ou, ce qui revient au même, de développer la matière dans l'intervalle AP, on aura, comme précédemment (équ. 20),

$$\mathfrak{F} = f' da' + f'' da'' + f''' da''' + \ldots\ldots\ldots$$

ou l'intégrale indéfinie

$$\int f\, da;$$

cette intégrale étant prise, depuis $a = o$, jusqu'à $a = r$, donne

$$(23) \ldots\ldots \quad \mathfrak{F} = \int_0^r f\, da.$$

Ainsi, des forces répulsives, égales à $\mathfrak{F}$ et appliquées en A dans la direction de tous les rayons divergents, auraient la faculté de développer la masse

$$\int\int\int dm = m,$$

idéalement concentrée en A, jusqu'à ce qu'elle remplisse le volume $\frac{4}{3}\pi r^3$, attendu que l'équ. (19) dépend de m et de r.

Or, des forces égales et appliquées en A, dans toutes les directions, ne devraient produire aucun effet, attendu que la force initiale f' par laquelle le développement devrait commencer, est nulle pour $a = o$, d'après l'équ. (19). Mais telle est la précieuse propriété de l'analyse infinitésimale, qu'en sous-entendant un développement $\int_\varepsilon^r$ qui commence non pas au centre A, mais à une certaine distance infiniment petite ε de ce centre, c'est-à-dire à partir d'une certaine surface sphérique $4\pi\varepsilon^2$, elle donne encore exactement le même résultat qu'auparavant. C'est parce que ε peut être prise moindre que toute

longueur donnée, ce qui fait qu'après tout on aboutit infailliblement à $s=o$, et à $4\pi s^2=o$, comme on le voit très-clairement, dans l'exemple du §. 22, relatif à la valeur de V.

Ainsi: $\mathfrak{g}$ est une force capable de développer une masse donnée m, idéalement concentrée dans un point sans étendue, depuis ce point pris comme centre, jusqu'à la surface d'une sphère dont le rayon r est (équ. 23) renfermé dans la valeur dynamiqoe de $\mathfrak{F}$. Et réciproquement, si l'on pose

(24) . . . . $\mathfrak{G}=-\mathfrak{F}$,

il est évident que, par une marche inverse, $\mathfrak{G}$ (appliquée à la surface) *est une force capable de concentrer une masse donnée m, quelconque, dans un point mathématique.* Mais comme la matière est indestructible, cela fait qu'une force telle que $\mathfrak{G}$ ne peut exister, objectivement, que d'une manière facultative ou virtuelle, sans produire aucun effet apparent, et nous verrons, tout à l'heure, que cela a réellement lieu dans la nature.

Une force capable de concentrer dans un point, une masse quelconque, telle grande qu'elle soit, est nécessairement une force infinie. Si donc une masse donnée m, limitée par une surface sphérique $4\pi r^2$, résiste sans céder à des forces condensantes égales à $\mathfrak{G}$, appliquées sur chaque point de la surface sphérique et dirigées vers son centre, cela signifie que la densité de la masse, contenue dans le volume $\frac{4}{3}\pi r^3$, est infinie, *c-à-d.* $\Omega=\infty$. On a, de cette manière l'équation

$$\mathfrak{F}+\mathfrak{G}=0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (24.\ bis)$$

relative à l'équilibre. Mais cela signifie de plus, que la force $\mathfrak{g}$ est également infinie et qu'étant accumulée à la surface, la force positive $\mathfrak{g}$ *exprime* en toute rigueur, *l'impénétrabilité* de la matière.

En effet, elle neutralise la tendance de la force $\mathfrak{G}$ détruire cette matière, ce qui constitue le véritable caractère de *l'impénétrabilité.* Enfin, comme l'impénétrabilité F (v la fin du § 24) ou $\mathfrak{g}$ inhérente à l'essence de la matière, n'a pas de degrés de comparaison, étant la même par tous les corps de la nature, cela fait qu'on a, en même temps,

$$\mathfrak{g}=F \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (25)$$

Cette dernière identité peut être démontrée par une analyse directe, comme on le verra plus tard, à la fin du § (26).

L'équ. (25) prouve, que *l'impénétrabilité* $\mathfrak{F}$ de la matière *est une véritable force* F, capable de développer la matière à l'infini (v. la suite de l'équ. 21 pag. 44), c'est-à-dire que la matière quoique atomiquement donnée, a toujours encore le principe dynamique pour fondement, et que, par conséquent, il n'est pas permis de soutenir, avec T. Mayer (p. 10), que la simple

existence de la matière, sans avoir besoin d'aucune *force répulsive*, suffit pour opposer une résistance à tout ce qui tendrait, physiquement, à pénétrer dans l'espace que la matière occupe.

En combinant les équ. (22, bis) et (24, bis) avec l'équ. (25), on obtient également

$$G = \mathfrak{G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26).$$

Ce résultat signifie, comme Kant l'a prévu sans démontrer cette thèse, que la force attractive G, supposée seule, p. 9 suffirait (p. 44) pour supprimer complètement le solide (v. la suite de l'équ. (24).

Imaginez une certaine masse *m*, homogène et continue, remplissant le volume $\frac{4}{3}\pi r^3$ de la sphère PQR. En vertu de l'équ. (12), la force expansive f (Fig. 4), nulle dans le centre C, croît en passant par tous les degrés de grandeur, depuis C jusqu'à P, où elle devient infinie (équ. 13). Mais ici finit la matière et commence le vide. La force répulsive *réciproque aux cubes des distances*, étant (à cause de ce *rapport*) identique avec le résultat de la densité, doit finir également, parce qu'il n'y a pas de densité sans matière. Aussi la force répulsive cesse complètement, comme nous l'avons vu. L'équ. (13) ne devient plus d'aucun usage, parce que l'action à la surface est telle, comme si elle se fût concentrée totalement dans le point mathématique P, vu qu'en rendant vide la partie PBD, l'action répulsive de la partie matérielle qui reste sera constamment nulle, jusqu'à ce que le rayon AP ne soit réduit à un point mathématique, tel que P, comme si l'action totale n'était dûe qu'au point P lui-même. Ainsi, la force répulsive, à la surface, devient nulle et infinie en même temps. Nulle, à droite du plan tangent HL; infinie à gauche de ce plan, dans le point P. Or, ces deux points P, pris simultanément à droite et à gauche du plan HL, se superposent, ou plutôt n'en font qu'un, parce que ce plan n'a pas d'épaisseur.

Pour concilier les résultats de cette contradiction, nous avons employé un procédé § 24 qui a servi à restituer aux forces *f* données par l'équ. (11), ou (17) leur valeur perdue, et nous sommes parvenu à l'équ. (22, *bis)* qui donne

$$F + G = 0$$

ou l'équilibre à la surface, et qui par le changement de signe de + F à — G, dénote un passage par l'infini. Voilà donc, si l'on veut, la force répulsive, à la surface de la sphère, F nulle et infinie en même temps. De cette manière, la force expansive ou répulsive *f*, nulle en C, croît avec continuité depuis C jusqu'à P, devient infinie en P (sous le nom d'*impénétrabilité)* et change en même temps de signe, ce qui donne lieu à l'équi-

libre, sur la surface, tandis que la force *répulsive*, transformée en *attraction* dans l'intervalle vide PX, prolongé à l'infini, agit à toutes les distances, suivant la loi exactement newtonienne, comme on le verra bientôt.

§ 26.

Pour déterminer F, on combinera l'équ. (21) avec l'équ. (17), ce qui donne

$$\frac{F r^3}{c m \mu}=\frac{1+3}{1.\ 3} r^3 \int_r^\infty \frac{da}{a^3}+\frac{3+5}{3.\ 5} r^5 \int_r^\infty \frac{da}{a^5}+\frac{5+7}{5.\ 7} r^7 \int_r^\infty \frac{da}{a^7}+\ \ldots\ldots \quad (27)$$

or,

$$\int \frac{da}{a^n}=-\frac{1}{(n-1)\, a^{n-1}}$$

d'où

$$\int_r^\infty \frac{da}{a^3}=\frac{1}{2 r^2},\ \int_r^\infty \frac{da}{a^5}=\frac{1}{4 r^4},\ \int_r^\infty \frac{da}{a^7}=\frac{1}{6 r^6}$$

et ainsi de suite.

Ces valeurs étant substituées dans l'équ. (27), donnent,

$$(28)\quad \frac{F r^3}{c m \mu}=2\left(\frac{1}{1.\ 3}+\frac{1}{3.\ 5}+\frac{1}{5.\ 7}+\ \ldots\ldots\right).$$

Pour déterminer $\mathfrak{F}$, on combinera l'équ. (23) avec l'équ. (19), ce qui donne

$$(29) \ldots \frac{\mathfrak{F}\, r^2}{c m \mu}=\frac{1+3}{1.\ 3} \cdot \frac{1}{r} \int_0^r a\, da+\frac{3+5}{3.\ 5} \cdot \frac{1}{r^3} \int_0^r a^3 da+\frac{5+7}{5.\ 7} \cdot \frac{1}{r^5} \int_0^r a^5 da+\ldots\ldots$$

Or,

$$\int a^n da=\frac{a^{n+1}}{n+1},$$

d'où

$$\int_0^r a\, da=\frac{r^2}{2},\ \int_0^r a^3 da=\frac{r^4}{4},\ \int_0^r a^5 da=\frac{r^6}{6}.$$

et ainsi de suite.

Ces valeurs, étant substituées dans l'équ. (29), donnent

$$(30) \ldots \frac{\mathfrak{F} r^2}{c m \mu} = 2\left(\frac{1}{1.\ 3} + \frac{1}{3.\ 5} + \frac{1}{5.\ 7} + \ldots\ldots\right)$$

A l'aide des équ. (28)) et (30), on obtient

$$F = \mathfrak{F},$$

ce qu'il fallait démontrer, pour l'authenticité de l'équ. (25).

§ 27.

Pour que la force $+$ F ne dépasse pas la surface PQR, (Fig. 4) il faut donc supposer tous les poins de cette surface comme étant sollicités par des forces, dirigées vers C et égales à G. Aucun point de la surface ne pourra alors en être détaché, par ce qu'il faudrait surmonter un effort infini, égal à G, seul et non altéré par la présence de la force répulsive qui ne s'étend pas au déhors. Pareillement: malgré que la force répulsive en P a l'apparence d'être nulle, à cause de ce qui vient d'être dit, elle recouvre cependant toute sa valeur infinie $+ \mathfrak{F}$, pour peu qu'on veuille faire le moindre pas afin de pénétrer dans l'intérieur de la sphère, où la force répulsive agit seule. Alors, si le centre C de la sphère est libre, elle reculera simultanément avec l'effort employé pour pénétrer dans le volume $\frac{4}{8} \pi r^3$. Mais si ce centre est fixe, la force répulsive $\mathfrak{F}$, latente en P, à la surface de la sphère, opposera une résistance infinie à la pénétration. Ainsi, le point P est en repos, comme étant soumis à deux pressions égales, opposées et infinies, dirigées suivant AP et EP et se faisant équilibre en P. Mais comme les forces $\mathfrak{F}$ et G, n'entrent pas dans les domaines l'une de l'autre [1]), il en résulte qu'il faut employer un effort infini, pour déplacer P, soit vers A, soit vers E: cet effort est donc impossible. Cela posé:

La force répulsive $\mathfrak{F}$, infinie à la surface de la sphère, n'est rien autre chose (comme nous l'avons dit plus haut) que *l'impénétrabilité* de la matière. Il y a tant de masse *m* dans le volume $\frac{4}{8} \pi r^3$, qu'il est physiquement impossible d'en placer davantage dans ce volume, à cause qe la densité infinie et constante Ω, qui n'est pas susceptible d'augmentation. La masse *m* est, de cette manière, un solide continu, incompressible ou absolument dur et, par conséquent, indestructible ou impénétrable. Etre indestructible,

---

[1]) Cela est évident, parce que $\mathfrak{F}$ et G ne sont qu'une seule et même force, affectée d'un signe différent, qui ne peut pas être positive là où elle est négative, et réciproquement.

ou impénétrable, veut évidemment dire absolument la même chose. Etre indestructible signifie, en d'autres termes, ne pouvoir pas être concentré dans un point mathématique, ou réduit au néant;—une impossibilité que l'on ne peut concevoir que d'une seule manière. Cette impossibilité s'exprime parfaitement, et par l'impénétrabilité, parce que tous les corps de la nature sont impénétrables au même degré, et par la force $\mathfrak{F}$ qui comme infinie et constante, est privée de gradation. La force $\mathfrak{F}$ n'est, après cela, rien autre chose que l'impénétrabilité elle—même, une force virtuelle *), non effective mais seulement facultative, une répulsion en repos, en garde contre tout ce qui tendrait à pénétrer physiquement dans l'espace déjà occupé par la matière. Elle est le résultat de la densité Ω infinie et constante, dans chaque point du volume $\frac{4}{3}\pi r^3$, *densité* qui peut être considérée, indifféremment, comme l'expression mathématique de la force, ou de la matière. De la *force*, par ce qu'elle exprime ce qui s'oppose à la condensation: ce qui s'oppose physiquement à quelque chose est, logiquement, une résistance et partant une force (v. la rem. de la p. 18). De la *matière* par ce qu'elle peint, à la pensée, un solide absolument dur ou incompressible, et par conséquent indestructible,—solide que tout le monde entend sous le nom de matière, conformément aux vues de la théorie purement atomique. L'impénétrabilité est, en quelque sorte, l'enveloppe de la matière, parce qu'on la rencontre au moment même du contact. Voilà pourquoi l'impénétrabilité et la matière sont deux expressions identiques (p. 2): vouloir réfuter cette grande vérité, c'est s'engager gratuitement dans des logomachies.

Puisqu'il est physiquement impossible de se trouver, matériellement, dans l'espace déjà occupé par la matière, cela fait que la matière ne peut manifester son existence, là où elle est, autrement qu'à l'egard d'elle-même. Son essence, par conséquent, doit nous être éternellement inconnue, ce qui, par bonheur, n'est d'aucun intérêt pour le savoir humain.

A droite du plan LH, prolongé de tous côtés à l'infini, la matière de la masse m ne se trouve pas (Fig. 1); le point mathématique P, seul, est commun au plan et à la sphère pleine PQR. Mais c'est un point sans étendue et qui, par conséquent, ne peut pas contenir de la matière. On fera le même raisonnement, en appliquant le plan LH, à volonté, sur tous les points de la surface sphérique PQR. Dans l'intérieur du volume $\frac{4}{3}\pi r^3$, la matière n'agit que sur elle-même et cette action ne dépasse pas la surface.

---

*) Cela n'est vrai que pour la matière pondérable.

La matière, par conséquent, *ne peut* faire valoir son existence, ou *se manifester, que* précisément *là où elle n'est pas* (p. 3, prop. a).

Si donc la matière ne possedait pas la faculté de se manifester, là où elle n'est pas, à l'aide d'un *agent immatériel* quelconque, la matière serait, à l'égard de la matière, une espèce de formule d'une mort éternelle et à l'égard de la pensée, un être irréalisable, car qu'est-ce qu'un être qui existe et dont rien ne puisse nous révéler l'existence? Nous savons maintenant que cet agent est la force inhérente à l'essence de la matière.

La force ou la résistance que la matière oppose à la matière au contact, (c'est-à-dire, la cause de ce que deux atomes ne peuvent jamais s'identifier. ou coexister dans la même partie de l'espace absolu), est encore la même force que la force attractive qui tend à rapprocher les atomes, placés à distance l'un de l'autre, quelque grande que soit cette distance, et même dans un vide parfait (où il n'y aurait pas d'éther). C'est comme quand on dit, que la pesanteur sur la Terre, (p. ex. la pression qu'exerce une pierre posée sur notre main), est encore la même force que celle qui retient la Lune dans son orbite. A l'aide de cette proposition, nous sommes parvenu à nous expliquer, à nous rendre clair comme le jour, le fait qui nous a constamment paru comme l'un des plus obscurs et des moins concevables, parmi tout ce qu'il y a d'énigmatique dans les phénomènes de la nature. Cette explication, qui est le résultat immédiat de la *théorie atomo-dynamique,* la voici:

La cause de ce que nous pouvons voir tous les phénomènes célestes et terrestres, entendre les sons, sentir les odeurs, goûter,—la cause qui donne lieu à toutes les impressions, qui se résument finalement dans le sens du toucher: la cause, enfin, de ce que nous pouvons sentir un corps que nous touchons, que nous tenons dans notre main,—cette cause disons-nous, n'est pas plus facile à expliquer et ne diffère absolument en rien de celle qui donne lieu à la tendance mutuelle des corps célestes, l'un vers l'autre, corps séparés par de prodigieuses distances et, pour ainsi dire, perdus dans l'immensité de l'espace.

§ 28.

Si la force G n'était infinie que pour $a=0$, cela voudrait dire que le changement de signe ne s'opère qu'au centre C de l'atome, après quoi la force serait modifiée seulement à l'égard de sa direction et resterait attractive,

Fig. 8.



comme auparavant ; (passage par ∞, en C). Cela ne donnerait donc pas lieu à la constitution atomique de la matière, (passage par o, en C). Fig. 8 *(bis)* page (32) constitution dûe au passage de la force G par l'infini (avec changement de signe) qui arrive, non pas au centre de l'atome, mais à sa surface en P [1]) où G se métamorphose, pour ainsi dire, en impénétrabilité $\mathfrak{G}$, quelque petit que soit le rayon CP de l'atome. Outre cela, la force attractive (nécessairement newtonienne) décroîtrait à l'intérieur dans le rapport direct des rayons, et deviendrait nulle au centre, quand même l'attraction pourrait dépasser la surface de l'atome en dedans, ce qui, comme nous l'avons déjà vu, n'a pas lieu dans la nature. Ainsi, dans aucun cas, la force G ne peut être infinie, au centre de l'atome, ou pour $a=0$. Elle est comme nous le savons déjà, nulle, non seulement au centre de l'atome mais dans tout l'espace englobé par sa surface.

§ 29.

On aura remarqué que nous employons assez souvent le mot «*atome*» sans expliquer, avec précision, ce que c'est qu'un atome.—Personne n'ignore qu'atome veut dire *insécable*.

Lorsqu'une certaine masse m, remplissant un volume sphérique $\frac{4}{3}\pi r^3$, est *absolument* incompressible, cela veut dire aussi, qu'il est physiquement impossible de placer plus de masse que m dans ce volume et que partant il est *matérialisé complètement*. Soit la densité homogène quelconque ω de cette masse

$$\omega = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{m}{r^3};$$

si l'on multiplie r par x, et m par x^3(x pouvant être un nombre quelconque) il est évident que la valeur de la densité restera invariable. Telle est aussi la densité $\Omega=\infty$ qui sera constamment infinie, tant que m et r^3 varieront dans le même rapport.

---

[1]) Cela sera mathématiquement démontré, par une construction graphique, dans le § 36.

Nous avons vu que F, ou $\mathfrak{F}$ (v la fin du § 24, le § 25, et l'équ. 25) exprime en toute rigueur l'*impénétrabilité* de la matière : pour être uniforme, *nous ne garderons que* $\mathfrak{F}$ et nous prions le lecteur de s'en rappeler dans le paragraphe suivant.

D'après l'équ. (30) on a

$$(31) \ldots\ldots \quad \mathfrak{F} = \frac{cm\mu.}{r^2} \; 2\,{}^{s}_{n},$$

en désignant par ^{s}n la somme de la série entre parenthèses, (28) et (30). L'impénétrabilité n'est qu'une pour tous les corps: elle n'a pas de degrés de comparaison et ne peut être conçue que d'une seule manière, Il en résulte, que a force $\mathfrak{F}$ est non seulement *infinie* et *constante,* mais encore *complètement déterminée* dans la nature. Les mêmes attributs doivent donc aussi valoir pour $\frac{cm}{r^2}$, attendu que μ est une masse évanouissante, arbitrairement prise, et ^{s}n, comme nous le verrons bientôt, une constante numérique finie assez petite et même moindre que l'unité. Pour le cas de l'atome, on a $r = \alpha$, d'où

$$\frac{cm}{r^2} = \frac{c\alpha \; m}{\alpha^3}.$$

La densité de l'atome est *infinie* et *constante:* elle est

$$\Omega = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{m}{\alpha^3}.$$

Donc, $\frac{m}{\alpha^3}$ est une quantité *infinie* et *constante*. On verra (dans le §30) que c est une *constante complètement déterminée,* et (dans le § 35) que le rayon α de l'atome est *l'unité absolue* de mesure, pour toutes les longueurs,—le premier et le plus petit étalon dans l'échelle du monde physique actuel (v. aufsi la fin de la Note IV). Outre cela, le produit $c\alpha$ est encore une constante *complètement déterminée* dans la nature (§ 30) et, de cette manière, nons savons tout ce qu'il importait de connaître, à l'égard de l'impénétrabilité $\mathfrak{F}$.

On sait, par des expériences exécutées, avec une extrême précision, sur les oscillations du pendule, qu'en prenant pour unité la seconde sexagésimale, ou la 86400e partie du jour moyen, la mesure C de la pesanteur, ou la vitesse acquise pendant une seconde par un corps tombant librement dans le vide, à l'observatoire de Paris, est

$$C = 9,80896 \ldots\ldots \text{ mètres.}$$

C'est la valeur de c, afférente à G, ou, autrement dit, *l'intensité absolue de l'attraction,* rapportée aux unités arbitraires de masse et de distance: ($c = C$). En comparant les équ. (24) et (26), il vient

$$g = -G\,; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (31, \text{ bis})$$

on a donc, dans l'équ. (31),

$$c = 9,80896 \ldots\ldots \text{ mètres.}$$

Dans l'intérieur de l'atome, la force expansive f réciproque aux cubes des distances, est plus puissante, parce que son *intensité absolue* i, étant rapportée aux mêmes unités de mesure, donne

$$i = 13,07861 \ldots\ldots\ldots \text{ mètres,}$$

(v. les équ. 12 et 15, des §§. 14 et 17).

Puisque donc $c\alpha$ est une constante, cela signifie qu'il y a une dépendance mutuelle entre les phénomènes de la chute des corps, le rayon atomique et l'échelle de la création, comme il y en a une entre les oscillations du pendule, l'aplatissement de notre planète, les phénomènes de la gravitation universelle, de la précession des équinoxes, de la nutation etc. (*Mécanique céleste* par *Laplace*. T. II p. 142.

La définition essentielle de l'atome est celle-ci: *l'atome pondérable* est une sphère matérielle *incompressible*, où la force répulsive infinie a la surface, qui constitue dans cet état *l'impénétrabilité*, **change de signe** et se convertit en attraction. Cela n'a lieu, pour l'univers actuel, qu'à la distance α du centre répulsif. De cette manière la surface se trouve, par rapport au centre, dans un état *permanent* d'équilibre, ou de repos (équ. 31, bis) qui, pour la *matière pondérable* est stable et éternel. Il n'y a donc, dans toute la nature. qu'une seule longueur α du rayon, destinée à ce changement de signe et partant la surface sphérique $4\pi\alpha^2$ est *indilatable* (§ 27), ce qui rend l'atome *physiquement indivisible*. En effet; faisons passer quelque part, à travers l'atome, un plan mathématique; pour couper, ou diviser l'atome, c'.-à-d. pour devenir un plan *physique*, et réel, ce dernier doit acquérir une épaisseur quelconque, pour le moins évanouissante, et se remplir de matière. Mais alors la surface sphérique serait dilatée ce qui est imposible. Cela posé, la sphère ayant α pour rayon constant et *matérialisée complètement* ($\Omega = \infty$) est *insécable*. C'est donc effectivement un *atome*.

Dans l'intérieur de l'atome, il n'ya plus d'attraction; il n'y a que la force répulsive et latente f qui agit, comme pression, conformément à l'équ. (12), *en raison inverse des cubes des distances*, ce qui est possible au moyen du contact de tous les éléments matériels de la masse m (§ 19), jusqu'à la surface de l'atome, où la matière finit et où commence le vide.

L'*atome impondérable*, que dorénavant nous appelerons aussi *ètheratome*, diffère du précédent par le rapport de la force répulsive, emanant du centre, qui n'est plus réciproque aux cubes. En vertu de cette loi, la force initiale, parvenue à la surface $4\pi\alpha^2$, **ne change pas de signe**, et en dépassant

cette surface extérieurement, l'emporte avec soi à l'infini. Agissant dans chaque point du volume progresivement croissant, la force expansive maintient la matière constamment à l'état de continuité, [1]) malgré sa raréfaction incessante. L'état d'équilibre, à la surface de l'éthératome, n'est qu'*instantané*. La substance cosmique, qui constitue les queues des comètes, n'est ni solide, ni liquide, ni gazeuse, parce que le noyau est déjà assez transparent pour laisser passer la lumière des étoiles assez faibles, sans la réfracter; et cependant, cette substance est très-sensible à la lumière solaire. On a calculé sa ténuité, savoir le rapport de sa densité à celle de l'air atmosphérique, considérablement moindre que l'unité, divisée par l'unité accompagnée de 100 zéros. Mais la rareté de l'éther des entremondes est beaucoup plus surprenante, parce qu'il n'altère pas sensiblement la régularité des orbites, que ces astres énigmatiques décrivent autour du soleil, dans toutes les directions.

Si la force $\mathfrak{g}$ ne changeait pas de signe, précisément à la surface de l'atome pondérable, l'équ. (31, bis) pourrait avoir lieu à toutes les distances du centre, c'est-à-dire que $\mathfrak{g}$ et G seraient *deux* forces, mathématiquement égales dans leur point de rencontre, quoique opposées, agissant chacune pour sa part isolément, mais partout dans le même rapport et réunies dans une même espèce de matière. La suprême Sagesse a séparé ces deux énormes puissances antagonistes, en les distribuant sur deux espèces de matière différentes. Sans cela, la force attractive et répulsive s'entre-détruiraient mutuellement dans tous les points de l'espace infini et la matière serait annulée partout: l'atome n'aurait plus de matière, de surface et de vide environ-

---

[1]) Voici comment M. Grove s'exprime dans une circonstance analogue: „quelque loin que l'on porte la raréfaction, par la chaleur et la machine pneu-„matique, on n'arrive pas à mettre en évidence le plus léger changement dans la „continuité apparente de la matière; et j'ai trouvé que les gaz conservent leur „caractère particulier, autant du moins que j'en puis juger par leurs effets sur „l'étincelle électrique, même alors que leur raréfaction a eté poussée aux der-„nières limites que l'on peut atteindre par l'expérience: ainsi l'étincelle électrique „dans le protoxyde d'azote, quoique très-raréfié présente une teinte cramoisie, „et dans l'acide carbonique une teinte verdâtre." (*Corr. des forces phys.* page165.)

Mais il ne faut pas oublier, qu'un gaz quelconque, simple ou composé, n'est pas un corps amorphe, comme l'éther: c'est toujours un amas d'atomes pondérables disjoints et séparés par des intervalles vides, *remplis d'éther* ce qui permet de considérer un fluide pondérable comme une masse continue. Cette agglomération de groupes atomiques, ou moléculaires, resterait dans un état d'équilibre stable, sans avoir besoin d'être coercé entre des parois solides, si la présence de l'éther interposé ne mettait un obstacle à cet état de repos permanent.

nant, Peut-on nier, après cela, que l'*éther* existe tout aussi bien que la *matière pondérable*?—

Les dimensions infiniment petites de l'atome pondérable permettent de le considérer comme un point physique, qui agit attractivement partout *où il n'est pas*. Renversons la question et supposons cette fois la gravitation (généralement g à chaque distance a du centre attractif) comme existant toute seule et dirigée de tous côtés vers un point fixe C. Cette force croîtrait à mesure qu'on serait plus près de C, sur la surface d'une sphère idéale variable, dont a est le rayon et C le centre. Lorsqu'une fois le rayon aurait acquis la valeur $a=\alpha$, la force attractive (négative) g deviendrait $G=\infty$ à la surface $4\pi\alpha^2$ et changerait en même temps de signe, en passant au positif, comme force répulsive, qui opposerait une résistance infinie au rapprochement plus intime à l'égard du centre C. On dirait donc, qu'il y a là intérieurement dans le volume $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$, quelque chose *d'impénétrable*, et ce quelquechose tout le monde l'appelle *matière*. Intérieurement, la matière n'agit *matériellement* que sur elle-même et cette action, qui ne se manifeste par *aucun indice extérieur (si la matière est pondérable)*, doit rester éternellement inconnue pour tout ce qui est en dehors; mais ici, la matière pondérable révèle son existence à l'aide d'un agent *immatériel*, inhérent à son essence, agent qui n'est rien d'autre que la *gravitation universelle*. Cela posé, la gravitation et la matière signifient l'une et l'autre la même chose, au signe près, et M. Pouillet a eu bien raison de dire, que *l'impénétrabilité c'est la matière*. En effet, dans l'intérieur de l'atome c'est *la matière*, à la surface c'est *l'impénetrabilité*, et extérieurement à l'infini c'est *la gravitation universelle* (pour la mat. pond.). Quoique donc on doive tout-à-fait renoncer à contruire la matière mentalement par un conflit de deux forces opposées ou par tout autre artifice dynamique, et qu'il faille l'étudier toute faite, comme donnée *a postériori*, il n'en est pas moins vrai, que: *la théorie générale de la matière est une théorie atomo-dynamique*.

Mais comment se fait-il, que la gravitation devient infinie, non pas au centre de l'atome où l'on a $a=o$, mais à la surface où $a=\alpha$?—Observons d'abord, que si le rapport de la force attractive g etait $\frac{1}{a}$, on aurait certainement $g=\infty$ quand $a=o$ et la matière serait détruite. S'il était p. ex. $\frac{1}{a^3}$, alors la force attractive n'aurait plus la faculté d'agir à distance, après l'interruption du contact, et serait, par conséquent, nulle à toutes les distances, où une solution de continuité aurait lieu (v. aussi, plus loin, ce qui précède l'équ. 11). Ainsi, on peut déjà présumer, que l'attraction doit

agir en raison inverse des carrés des distances, et c'est précisément ce rapport qui donne une force infinie avant de parvenir au centre d'action, comme nous le démontrerons dans le § 36. Nous voilà conduit à admettre, que: *le caractère essentiel de la matière pondérable réside dans la force attractive.*

L' Auteur de la nature a donné en partage à *l'éther* une force expansive (répulsive) infinie, qui ne pourrait aucunement dépasser la surface, sans l'entraîner avec soi, ce qui fait que l'atome initial infiniment dense, concentré dans le volume $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$, ne persévère pas dans cet état mais se développe constamment, comme privé de la force G, capable d'arrêter ce développement. La même chose a lieu dans tous les points du volume progressivement croissant et nonobstant cela toujours rempli de matière continue, quoique de moins en moins dense. Chaque volume plus grand que $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$ est *matérialisé incomplètement.* La dilatation de cette matière ne s'arrête à aucune distance et partant elle doit se dissiper dans l'immensité de l'espace et remplir tous les vides des entremondes. Ainsi: *Le caractère essentiel de la matière impondérable réside dans la force répulsive.* V. la Note VIII et dernière.

Pourquoi faut-il que l'atome pondérable soit sphérique?—

Le corps le plus rapproché de la sphère, par sa forme géomètrique, est l'éllipsoïde à trois demi-axes, généralement inégaux, a, b et c. Si, sans modifier l'étendue de la surface, il fallait rendre ce volume le plus grand possible *(maximum),* on devrait prendre $a=b=c=r$, et ce volume qui est $\frac{4}{3}\pi. abc$ deviendrait $\frac{4}{3}\pi r^3$, *c-à-d.* une sphére ayant r pour rayon. Cette proposition n'est qu'un cas particulier de la suivante : à égalité de surface, la sphère a un volume plus grand que toute autre forme stéréométrique. Et réciproquement, à égalité de volume, la sphère a la plus petite surface. *La quantité* totale de force condensante G, nécessaire pour maintenir la surface de la masse pondérable m à l'état permanent d'équilibre stable, *se mesure* par cette surface, et puisque la nature remplit ses buts toujours par les plus petits moyens, il faut que, dans le cas actuel, elle dépense, pour le même atome, *la plus petite quantité possible de force* [1]) condensante. Cette condition est satisfaite par la forme *sphérique.* Ou, autrement dit: la densité de l'atome pondérable étant infinie, et partant *constante,* cela fait que la masse se mesure

---

[1]) Nous rappelerons, à cette occasion, le *principe de la moindre action,* dont les applications sont très-variées et très-nombreuses dans la nature et qu'on pourrait poursuivre, si l'on voulait, jusqu'aux cellules des abeilles. Pour ne citer qu'un seul exemple, observons, qu'un système de corps se transporte dans l'espace, en dépensant *la plus petite quantité possible de force vive.*

par le volume. A égalité de surface, ce volume est un *maximum*, dans le cas de la sphère. La *quantité* totale de la force condensante G, étant *complètement déterminée* d'une manière invariable pour chaque atome, dans la conformation du monde physique actuel, l'économie de la nature exige qu'avec la même quantité de force, on puisse condenser la plus grande quantité possible de matière: l'atome *sphérique* remplit cette condition.

Sous un autre point de vue, l'équation (31. bis) se rapporte à un point d'application donné, dont la distance au centre C de l'atome est α. Le même cas devant arriver dans toutes les directions, il en résulte, que les forces g et G doivent équilibrer l'une l'autre à la même distance α du centre C, (par une raison de symétrie) ce qui ne peut produire qu'une *forme exactement sphérique*. On voit par là que l'atome pondérable ne peut être déformé, par aucune pression. Cela posé, l'atome pondérable doit être défini de la matière suivante:

L'atome pondérable est une sphère matérielle, infiniment petite, d'un rayon constant α et par conséquent le même pour toutes les substances:— proposition qui sera démontrée par l'analyse tout à l'heure. Cette sphère est *matérialisée complètement* et partant : infiniment dure [1]), incompressible, impénétrable, indestructible,—tout cela est synonyme. Comme infiniment dense, elle est en même temps homogène et continue. Elle est, de plus, indilatable et par suite insécable (*physiquement* indivisible); sa forme sphérique ne peut être altérée par aucune pression. Sa force *répulsive* (expansive), latente intérieurement ne dépasse pas la surface; extérieurement cette force devient *attractive* et agit à toutes les distances à l'infini.

§ 30.

Puisque les atomes ne se pénètrent pas et ne peuvent être que juxtaposés, cela fait qu'il ne peut être question que des atomes des substances simples. Soient $\sigma_{,}$ et $\sigma_{,,}$ ces substances (p. ex. l'or et le soufre) et nommons:

le rayon inf. petit $\alpha_{,}$, pour $\sigma_{,}$; $\alpha_{,,}$, pour $\sigma_{,,}$;

la masse $m_{,}$ . . . . ; $m_{,,}$ . . . . . ;

---

[1]) Cette proposition pourra paraître erronée, parce qu'elle rend indéterminée la solution du problème, relatif au choc de deux corps absolument durs. Mais il faut observer, que l'atome pondérable n'existe pas, dans la nature, sans être lié à une enveloppe éthérée (éthérosphère) dont il constitue le noyau. Les atomes se comportent donc, dans le choc, les uns à l'égard des autres, comme des corps parfaitement elastiques; cela sera exposé à sa place. En attendant, il n'est pas superflu de dire, que les atomes pondérables et les eléments éthérés s'attirent mutuellement (Note VIII).

le poids atomique $p_{/}$ . . . ; $p_{//}$ . . . . . ;
la constante de l'attraction $c_{/}$ . . . . ; $c_{//}$ . . . . . ; [1])
l'impénétrabilité $\mathfrak{F}$ est la même pour $\sigma_{/}$ et $\sigma_{//}$, parce que, comme nous le savons déjà impénétrable ou indestructible signifie absolument la même chose et parce que la densité est aussi la même $\Omega = \infty$, vu que l'un et l'autre de ces deux atomes est un *corpuscule absolument* dur, ou incompressible. On peut être plus ou moins compressible, mais on ne peut être incompressible que d'une seule manière.

D'après l'équat. (31), où r doit être remplacé par α, pour avoir le cas de l'atome, on a

$$\mathfrak{F} = \frac{c\,m\,\mu}{\alpha^2} \cdot \frac{2s}{n}$$

d'où

(32) . . . . $$\frac{c_{/}m_{/}}{\alpha_{/}^2} = \frac{c_{//}m_{//}}{\alpha_{//}^2}.$$

Or,

(33) . . . . $$\Omega = \frac{m_{/}}{\frac{4}{3}\pi\alpha_{/}^3} = \frac{m_{//}}{\frac{4}{3}\pi\alpha_{//}^3},$$

ou, plus simplement,

$$\frac{m_{/}}{\alpha_{/}^3} = \frac{m_{//}}{\alpha_{//}^3};$$

et en multipliant les deux membres de cette équation par $c_{/}\alpha_{/}$ il vient

$$\frac{c_{/}m_{/}}{\alpha_{/}^2} = \frac{c_{/}m_{//}\alpha_{/}}{\alpha_{//}^3}.$$

Si l'on substitue cette valeur dans l'équ. (32), on trouve

$$c_{/}\alpha_{/} = c_{//}\alpha_{//}.$$

L'illustre Bessel a fait osciller des corps de nature trés-différente, tels que le verre, l'ivoire, le marbre, les pierres météoriques, etc., et cela n'a apporté aucun changement dans la durée des oscillations du pendule. On en doit concture, que c *est une constante,* pour tous les corps terrestres: l'analogie et même le simple bon sens disent que c doit être une constante *pour toute la création.*

Cela posé, on a, dans l'équation précédente,

$$c_{/} = c_{//}$$

ce qui donne

$$\alpha_{/} = \alpha_{//}.$$

---

[1]) La constante c a la même signification pour l'attraction g, comme pour l'impénétrabilite $\mathfrak{F}$, en vertu de l'équ. (31, bis).

Ainsi, *les atomes de toutes les substances simples* de la nature sont infiniment petits (§. 10) et *ont le même volume* $\frac{4}{3}\pi a^3$. Avec cela l'équ. (33) devient

$$m_{,} = m_{,,}.$$

On sait de plus que

$$\frac{p_{,}}{p_{,,}} = \frac{m_{,}}{m_{,,}},$$

et que les volumes étant égaux, $p_{,}$ et $p_{,,}$ peuvent représenter indifféremment les poids absolus, ou les poids spécifiques.

De là résulte, que

(33, bis) . . . . . . $p_{,} = p_{,,}$.

Cela signifie que *les poids atomiques sont les mêmes, pour toutes les substances simples de la nature.* Note III.

§ 31.

Passons maintenant à la valeur de G qui, d'après les équ. (28) et (22) est.

(34) . . . . . $G = -\frac{cm\mu}{r^2} . 2\left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \cdots\cdots\right)$

et désignons encore par s_n la série entre parenthèses §. (29)). Il s'agit donc de déterminer la somme de la série

$$s_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \cdots\cdots$$

somposée de n termes. D'après cette notation $s_0 = o$, s_1 désigne le premier terme, s_2 la somme des deux premiers termes, s_3 la somme des trois premiers termes, et ainsi de suite. Cela posé, on a évidemment la loi suivante:

$$s_1 = \frac{1}{2.1+1}$$

$$s_2 = \frac{2}{2.2+1}$$

$$s_3 = \frac{3}{2.3+1}$$

$$s_4 = \frac{4}{2.4+1}$$

et généralement

$$s_n = \frac{n}{2n+1}$$

Or,

$$n = \infty$$

et par suite

$$s_n = \frac{n}{2n};$$

d'où $$2s_n = 1.$$

En substituant cette valeur dans l'équ. (34) on obtient, *tout simplement*,

$$G = -\frac{cm\mu}{r^2}\ ^{1)} \ldots\ldots\ldots\ (35).$$

Ainsi, la force expansive ou répulsive, latente et virtuelle dans l'intérieur de l'atome, passe, comme pression, du centre à la surface, par tous les degrés d'intensité, depuis zéro jusqu'à l'infini. A la surface de l'atome, cette force constitue ce qui s'appelle *impénétrabilité* et devient attractive extérieurement, en décroissant avec l'accroissement des distances, *à l'infini*, ce qu'on verra tout à l'heure. Le changement de signe à la surface fait que la surface est toujours en équilibre, ou en repos, relativement au centre; mais ce changement occasione en même temps un changement de rapport et d'intensité *absolue*.

De même que l'impénétrabilité, en s'extériorant, se métamorphose, pour ainsi dire, en attraction, le rapport inverse des *cubes* est aussi transmué en un rapport inverse des *carrés*, comme on l'a vu dans le §. 26.

Quant à l'intensité absolue i de la force expansive, elle nous est complètement inconnue par elle-même, vu qu'étant impliquée dans l'essence de la matière elle ne se manifeste par aucun indice, apparent ou sensible.

Mais, par la même raison, il nous importe peu de la connaître. Nous y reviendrons plus tard.

§. 32.

Cherchons actuellement quelle doit être l'expression générale de la force G, en fonction de la distance (considérée comme si G avait par elle-même une existence indépendante), pour donner le résultat obtenu par l'équ. (35)

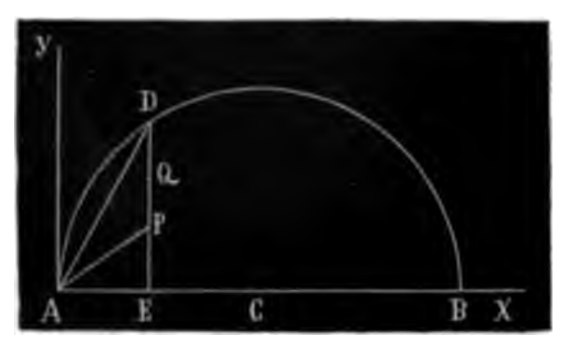
---

1) J'ai prévu ce résultat, et cette prévision m'a fait apercevoir la loi de la série, au premier coup d'œil, sans aucune espèce de calcul.

La vérification est d'ailleurs très-facile. En effet, le terme général étant $\frac{1}{4n^2-1}$ il est évident, que si cette loi est vraie pour n, elle l'est également pour $n+1$, parce que

$$\frac{n}{2n+1} + \frac{1}{4(n+1)^2-1} = \frac{n+1}{2(n+1)+1}.$$

et voyons ensuite si une force de cette nature a, ou n'a pas, la faculté d'agir à distance, à travers le vide. Cette action est évidemment la même, pour une force attractive ou répulsive, au signe près. A cet effet, nous devons déterminer la force Θ (attractive ou répulsive) qu'une sphère matérielle homogène quelconque, dont m est la masse, ω la densité et r le rayon, exerce sur un point de sa surface tel que A, (Fig. 9).



Soient AX et AY les axes des coordonnées rectangulaires du demi-cercle ADB (dont C est le centre situé sur AX), rapportées à l'origine A, c'est-à-dire x les abscisses et y les ordonnées, telles que AE et DE pour le point D. Soit P un point quelconque, pris sur y, et nommons $AP=a$, $PE=b$, et r le rayon AC. Supposons que le plan de la figure tourne une fois autour de AX; alors ADB décrira la surface sphérique du volume matériel $\frac{4}{3}\pi r^3$, mentionné plus haut. Soit encore A le centre d'action d'une molécule évanouissante dont μ est la masse, et admettons, finalement, que l'action Φ de P sur A soit une fonction inconnue ξ

(36) . . . . $\Phi=\xi\,(a)$

de la distance a, fonction qu'il s'agit de déterminer.

Si PQ est la différentielle de PE, alors PQ aura décrit un anneau plan dont la surface est la différentielle de l'aire du disque plan ayant b pour rayon. La surface de cet anneau est donc $2\pi b db$, ou ce qui revient au même, $2\pi a da$, à cause de $b^2=a^2-x^2$. L'action que le point P de l'anneau exerce sur A est égale à

$$\omega\mu\xi(a) \quad ^{1})$$

et sa projection (composante) sur l'axe des x, est

$$\omega\mu\frac{x}{a}\xi(a)$$

(parce que $\frac{x}{a}$ est le cosinus de l'angle PAE). Il est évident qu'en multi-

---

[1]) Nous introduisons la densité des points sans étendue, tels que P conformément à ce qui a été dit dans la remarque de la Note 1.

pliant cette expression par la surface $2\pi a da$ de l'anneau, on obtient l'action de ce dernier sur le point A, dans la direction AC ou CA, selon que la force ξ (a) est attractive ou répulsive. On a de cette manière

$$2\pi\omega\mu x\xi(a).\,da,$$

une expression qui étant intégrée, depuis $a=x$ ou AE, jusqu'à $a=\sqrt{2rx}$ ou AD, donne

$$2\pi\omega\mu x\int_x^{\sqrt{2rx}}\xi(a).\,da$$

pour l'action que le disque sans épaisseur, dont le rayon est DE, exerce sur le point A. L'action Θ de la sphère entière est, après cela,

$$(37)\ \ldots\quad \Theta=2\pi\omega\mu\int_0^{2r}\left(\int_x^{\sqrt{2rx}}\xi(a).\,da\right)x\,dx.$$

Nous démontrerons, dans le second mémoire, que l'expression des forces permanentes *illimitées*, uniquement possibles dans la constitution actuelle de l'univers matériel, est comprise dans la formule générale, très-simple,

$$(38)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\quad \Phi=\theta a^n$$

θ est l'intensité de la force accélératrice Φ, à l'unité de distance $a=1$ et n un exposant numérique, généralement quelconque, et de plus positif, nul, ou négatif. Nous ferons voir, en même temps, que le nombre des valeurs de n, qui ont réellement lieu dans la nature, est extrêmement limité.

En combinant les équ. (36) et (38), on a

$$\xi(a)=\theta a^n$$

ce qui étant substitué dans l'équ. (37) donne

$$\Theta=2\pi\omega\mu\theta\int_0^{2r}\left(\int_x^{\sqrt{2rx}}a^n da\right)x dx. \qquad \ldots\ldots(39).$$

Or,

$$\int a^n\,da=\frac{a^{n+1}}{n+1}$$

et par suite l'équ. (39) devient

$$\Theta=\frac{2\pi\omega\mu\theta}{n+1}\int_0^{2r}\left[(2r)^{\frac{n+1}{2}}x^{\frac{n+3}{2}}-x^{n+2}\right]d\,x.$$

Pareillement

$$\int x^{\frac{n+3}{2}}dx=\frac{2}{n+5}x^{\frac{n+5}{2}}$$

et

$$\int x^{n+2}\,dx = \frac{x^{n+3}}{n+3},$$

avec quoi on obtient

$$\Theta = \pi\omega\mu\theta\,\frac{2^{n+4}}{n^2+8n+15}\,r^{n+3} \;\ldots\ldots\; (40).$$

Cette équation, très-importante pour la théorie analytique de la matière en général, a encore cela de remarquable, qu'elle se rapporte aussi au cas le plus général, relativement à n, nonobstant qu'on a, dans ce cas, l'action à la surface de la sphère, ce qui paraît indiquer pour Θ une valeur très-particulière Ainsi, l'équ. (40) convient à toutes les valeurs indéterminées de n, ce qui n'a plus lieu pour les points extérieurs et intérieurs par rapport à la sphère. On verra l'explication de cette singularité, dans le mémoire suivant.

§ 33.

Pour que l'équ. (40) exprime l'attraction, à la surface de la sphère, il faut remplacer Θ par G dans la première partie, et θ par $-\theta$ dans la seconde. On aura, de cette manière,

$$G = -\pi\omega\mu\theta\,\frac{2^{n+4}}{n^2+8n+15}\,r^{n+3}.$$

Il faut ensuite, pour la résolution qu problème qui nous occupe, substituer à G sa valeur tirée de l'équ. (35) où l'on changera c en θ, après quoi il vient

$$m = \pi\omega\,\frac{2^{n+4}}{n^2+8n+15}\,r^{n+5}.$$

En remplaçant m par sa valeur

$$m = \tfrac{4}{3}\pi r^3\omega,$$

on trouve finalement

$$1 = 3\,\frac{2^{n+2}}{n^2+8n+15}\,r^{n+2},$$

une expression qui ne peut être satisfaite que par $n=-2$, afin de faire disparaître r. Après cela, l'équ. (38) devient

$$(41) \;\ldots\ldots\; \Phi = -\frac{c}{a^2},$$

et l'équ. (36) se réduit à

$$\xi(a) = -\frac{c}{a^2},$$

pour la force attractive.

Ainsi, cette valeur de ξ (a), étant introduite dans l'équ. (37), résout le problème, c'est-à-dire qu'elle rend cette équation identique avec l'équ. (35). Il s'agit maintenant de savoir s'il n'y a pas, peut-être, d'autres expressions de la fonction ξ (a), hormis celle de l'équ. (41), capables de satisfaire à la proposée.

Pour y parvenir, posons

(42 . . . . $$\Phi = \mp\left(\frac{c}{a^2}\right) + \Psi(a),$$

où $\Psi(a)$ est une fonction quelconque de la distance. Il est évident que, de cette manière, Φ peut également exprimer une fonction de a, telle qu'on voudra.

En mettant dans l'équ. (37) la valeur de ξ (a), tirée des équ (42) et (36), il vient

$$\Theta = \mp\left(\frac{cm\mu}{r^2}\right) + 2\pi\omega\mu \int_0^{2r}\left(\int_x^{\sqrt{2rx}} \Psi(a).\,da\right)x\,dx.$$

Mais

$$\Theta = \mp\left(\frac{c\,m\,\mu}{r^2}\right),$$

comme nous venons de le voir: on a donc

(43) . . . . $$2\pi\omega\mu \int_0^{2r}\left(\int_x^{\sqrt{2rx}} \Psi(a).da\right)x\,dx = 0.$$

La première partie de cette équation est la même que la seconde de l'équ. (37), aux lettres ξ et Ψ près, et exprime, par conséquent (comparez à l'équ 36), la force attractive, ou répulsive, Θ que la sphère entière exerce sur un point A de sa surface, si l'on désigne généralement par

$$\Phi = \Psi(a),$$

chacune des forces partielles, telle que p. ex. celle du point P attirant ou repoussant le point A. Or, toutes ces forces partielles, ayant leurs projections dirigées dans le même sens, sur l'axe das x, s'ajoutent mais ne se détruisent pas; outre cela a est une variable et partant sa différentielle da n'est pas nulle, aussi bien que dx. Cela posé, il n'existe aucune valeur pour Ψ (a), qui puisse satisfaire à l'équ. (43), excepté

$$\Psi(a) = 0,$$

ce qui étant substitué dans l'équ. (42) donne, pour la force attractive, définitivement, l'expression

$$\Phi = -\frac{c}{a^2},$$

la même que (41) et l'unique qui satisfait à l'équ. (35).

Il reste finalement à savoir si une force qui suit ce dernier rapport aura, ou non, la faculté d'agir à distance, *à travers le vide*, attendu que p. ex. l'action Φ de P sur A est déjà une action à distance, *à travers la matière*. Pour qu'elle ait cette faculté, il faut qu'on ne puisse pas lui appliquer le raisonnement du §. 18 (p. 33) ou, ce qui revient au même, il faut que l'action Θ à la surface ne soit pas indépendante du rayon r, comme cela a lieu pour l'équat. (13). Or, l'équ. (40) nous dit que, dans les lois de la nature, il n'y a que $n = -3$, qui puisse rendre Θ indépendante de r. En effet, si l'on pose $\Theta = \varphi, \theta = i$, et $n = -3$, l'équ. (40) deviendra

$$\varphi = \pi \omega \mu i . \frac{2}{0},$$

ou, d'après ce qui a été dit sur la page (26)

$$\varphi = \pi \omega i \mu k,$$

la même expression que l'équ. (13) du §. 15.

En remplaçant dans l'équ. (40) la densité ω par la masse m, c-à-d. par $\frac{3\,m}{4\,\pi r^3}$,

on trouve l'expression

$$\Theta = 3\,m\mu\theta\;\frac{2^{n+2}}{n^2+8n+15}\,r^n, \; . \; . \; . \; . \; . \quad (40,\ bis)$$

qui rend la force Θ indépendante de r, quand $n = o$, notamment quand la force Φ, équ. (38), est *constante* à toutes les distances. Une force de cette nature a la faculté d'agir dans le vide, à toutes les distances, malgré la solution de continuité pour la matière, parce que le raisonnement du §. 18 est inapplicable à l'équ. (40, *bis*).

Ainsi: *toute force Φ, attractive ou répulsive, comprise dans la formule (38), a la faculté d'agir, à travers le vide et à toutes les distances a, pourvu que l'exposant de la distance ne soit pas $n = -3$.*

La force exprimée par l'équ. (41) est dans ce cas.

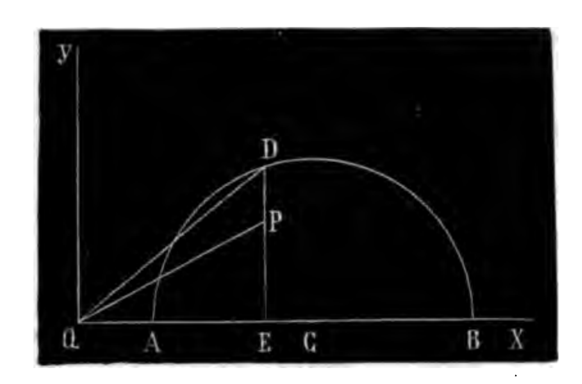
Avec la valeur donnée par l'équ (41), on peut très-facilement déterminer l'attraction g qu'une sphère matérielle homogène, dont m est la masse, exerce sur le centre de gravité d'une masse quelconque μ, placé à une distance arbitraire a du centre de la masse m. Pour rendre le résultat plus évident, nous ne prendrons que l'attraction exercée sur un point extérieur. Tout calcul fait, on trouve

$$g = -\frac{cm\mu}{\alpha^2}, \text{ [1]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

ce qui représente, exactement, *la loi de la gravitation universelle.*

---

[1]) Soient P et Q deux points, (Fig. 23), pris, le premier intérieurement, le second extérieurement à une sphère matérielle dont C est le centre, r le rayon, m la masse et ω la densité homogène. Q est le centre de gravité d'une masse p. ex. évanouissante μ; P est pris hors de la droite QC; par les trois points C, P et Q, menons un plan, qui est le plan de la *figure*, et prenons ensuite Q



pour l'origine des coordonnées rectangulaires, où QCX est l'axe des abscisses x et QY celui des ordonnées y, positives dans l'angle YQX. L'axe QX traverse la surface de la sphère dans les points A et B. Par le point P menons l'ordonnée DE et la droite PQ, que nous nommerons u; désignons de plus QC par a, QA par b et PE par v. DE est le rayon d'un disque sans épaisseur, normal au plan de la *figure*, PE est le rayon d'un disque plus petit, tracé dans le premier. L'attraction que P exerce sur μ, est

$$-\frac{c\omega\mu}{u^2},$$

où la constante — c représente *l'intensité absolue* de la force, rapportée aux unités arbitraires de masse et de distance. Nous prenons cette force négative, parce qu'elle est *attractive* pour le cas qui nous occupe (§ 13). Nommons généralement g l'attraction totale que la sphère exerce sur le point Q: il est évident, par une raison de symétrie, que cette action se fera dans la direction QX. Cela posé, l'atraction de P sera

$$-\frac{c\omega\mu}{u^2} \cdot \cos(u, x)$$

et elle tendra à diminuer la distance QC, parce que le cosinus de l'angle aigu PQE est positif.

L'attraction du cercle passant par P est après cela

$$-2\pi v \frac{c\omega\mu}{u^3} \cdot x$$

Le même procédé du calcul viendra encore une fois dans la Note VIII, pour déterminer la *force répulsive*, réciproque aux cinquièmes puissances de la distance:

Nous avons vu, que l'équ. (11) représente exactement *la loi de la gravitation universelle*. En effet, le signe montre que cette *force* est *attractive;* le produit $m\mu$ fait voir qu'elle est *proportionnelle aux masses;* le

---

et partant l'intégrale

$$-2\pi c\omega\mu x\int_0^y \frac{vdv}{u^3}$$

exprime la force atractive que le disque sans épaisseur, ayant DE pour rayon, exerce sur le point Q.

Or, puisque $x^2 + v^2 = u^2$, on a $vdv = udu$, ce qui change l'intégrale précédente en

$$-2\pi c\omega\mu x\int_x^z \frac{du}{u^2},$$

en posant, pour abréger, $x^2 + y^2 = z^2$.

Outre cela

$$\int\frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u}$$

et partant, l'attraction du disque devient finalement

$$-2\pi c\omega\mu\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

ou

$$-2\pi c\omega\mu\left(1-\frac{x}{\sqrt{2ax-a^2+r^2}}\right),$$

parce qu'à cause de $y^2 = (x-b)(b+2r-x)$ et de $b = a-r$, on a $x^2+y^2 = 2ax-a^2+r^2$

Après cela

$$g = 2\pi c\omega\mu\int_{a-r}^{a+r}\left(\frac{xdx}{\sqrt{2ax-a^2+r^2}} - dx\right).$$

Mais

$$\int\frac{xdx}{\sqrt{2ax-a^2+r^2}} = \frac{(ax+a^2-r^2)\sqrt{2ax-a^2+r^2}}{3a^2},$$

ce qui donne

$$g = -\frac{cm\mu}{a^2},$$

vu que $m = \omega.\frac{4}{3}\pi r^3$

dénominateur prouve qu'elle est *réciproque aux carrés des distances* et l'expression totale signifie qu'elle est une *force rigoureusement centrale,* qui agit comme si toute la masse m de la sphère homogène était réunie dans son centre. Ce dernier fait pouvait être prévu, depuis longtemps, parce que g est identique avec $g=\mathfrak{G}$, (équ. 26) et que $\mathfrak{G}$ est une force rigoureusement centrale (v. la suite de l'équ. 24).

En posant $m=\mu=1$, et $a=1$, on obtient $g=-c$, c'est-à-dire que c est la constante de l'attraction, ou son intensité absolue, rapportée aux unités de masse et de distance.

Telle est *à priori,* l'origine métaphysique et transcendante (Note II) de cette grande et belle *loi de la nature* qui fait la base de la Mécanique céleste, l'une des plus sublimes théories de nos jours.

§ 34.

Tout inconcevable que devrait paraître cette loi à l'entendement humain, elle se prête néanmoins au raisonnement suivant:

Si p. ex. deux sphères matérielles, séparées par un intervalle immense, et placées même dans le vide, agissent attractivement (ou répulsivement) l'une sur l'autre, quelle différence y a-t-il de cette action à celle qui a lieu quand les deux sphères se touchent, puisque, dans les deux cas, l'action mutuelle s'opère dans ls parties de l'espace absolu où la matière n'est pas présente comme matière? [1])

Mais revenons à la gravitation universelle.

Les contemporains de Newton, et Newton, lui-même, ne pouvaient pas mesurer toute la portée de cette magnifique découverte. On n'abordait encore la théorie de la gravitation qu'avec une espèce de doute, et cinquante années étaient nécessaires pour qu'elle pût pousser ses racines dans la science. Mais une fois secondée par tous les efforts de l'analyse mathématique, elle est venue se ranger parmi les doctrines de la philosophie naturelle, les plus élevées et les plus admirables par leur précision. Le calcul de la précession des équinoxes et de la nutation, la théorie des fluides et de la figure de la Terre, le problème des trois corps, les lois du mouvement des comètes, les théorèmes sur l'invariabilité des grands axes et des moyens mouve-

---

[1]) „That such an effort should be exerted with success through an interposed space, is no more dificult to conceive, than that our hand should communicate motion to a stone, with uhich it is *demonstrably not in contact.*“ (*Outlines of Astronomy,* by Sir Iohn F—W. Herschel, 4th ed. London, 1851. Chap. VIII).

ments, le rapport remarquable entre le moyen mouvement de Jupiter et de Saturne et généralement la théorie des inégalités périodiques et séculaires, les lois du flux et du reflux de l'Ocean, etc.,—tout cela n'est encore qu'une faible énumération de ce que l'analyse transcendante a rigoureusement déterminé, dans les domaines de la gravitation universelle. La théorie des inégalités de la Lune, qui semblait se refuser aux lois de l'attraction, en est devenue le plus puissant appui: et généralement, les perturbations des corps célestes loin d'infirmer ces lois en ont, au contraire, relevé le triomphe, de la manière la plus éclatante. C'est parce qu'il n'existe point de corps absolument central, dans la nature, et que l'attraction n'est pas une propriété exclusive des masses, mais *tous les atomes* de la matière, tous petits qu'ils sont, *s'attirent mutuellement*, en raison directe de leurs masses et inverse des carrés des distances. Cette dernière proposition s'accorde encore, parfaitement, avec les points fondamentaux de notre analyse qui même ne l'explique pas autrement. C'est au moyen des éléments infiniment petits (équ. 11) que nous sommes parvenu à l'équ. (44).

Enfin, pour ne rien oublier, il nous reste à mentionner les résultats de l'analyse transcendante, relatifs a la stabilité du système planétaire, qui sont au nombre des vérités les plus imposantes qu'il soit donné à l'homme de connaître. Ces résultats nous apprennent que le système solaire ne renferme, *en lui-même*, aucun germe de sa destruction, et à moins qu'il ne soit dérangé, par une *cause étrangère*, son mécanisme parfait lui assure une durée éternelle.

La théorie de la gravitation universelle est, pour l'astronomie, un moyen d'investigation aussi précis et certain que l'observation même. Mais elle a de plus le mérite de devancer les observations [1]), de lire dans le passé comme dans l'avenir et de prédire des changements qu'une longue suite de siècles ne suffiraient pas pour découvrir aux yeux des observateurs.

Les astronomes les plus célèbres de nos jours ont fait l'application des lois du mouvement elliptique, aux étoiles binaires, ou étoiles doubles physiques, qui sont des systèmes stellaires formés de soleils tournants autour d'autres soleils, et en combinant convenablement les angles de position et les distances, observées à diverses époques, ils ont trouvé que les positions relatives de ces étoiles, calculées d'apres l'hypothèse newtonienne, se sont accordées avec les positions observées, autant que le permettent les erreurs impossibles à éluder dans des opérations aussi délicates. Voilà donc

---

[1]) La science peut confirmer cette vérité par la belle découverte de M. Leverrier.

encore un moyen de vérification, une vaste carrière nouvelle ouverte à la théorie de la *gravitation* qui prend, à juste titre, le nom *d'universelle,* comme n'étant plus restreinte au système planétaire mais s'étendant jusqu'aux régions les plus reculées de la création.

Notre démonstration *à priori* se passe de cette vérification empirique, vu que la gravitation n'est pas une propriété accidentelle des corps, mais une force inhérente à l'essence de la matière en général.

De toutes les découvertes, qui ont le plus honoré l'esprit humain, celle de la gravitation a fait, sans contredit, le plus grand pas. Elle a éclairé les rapports obscurs du monde physique au monde immatériel, elle a devoilé le lien invisible qui unit l'immensité de la création, elle a fait voir que *l'univers entier est construit d'après un plan unique;* pour dire plus encore elle a donné naissance à la Mécanique céleste. Il était réservé, au génie transcendant, sublime et profond de Newton, d'apercevoir le régulateur caché des mouvements planétaires et de montrer, à la science étonnée, une majestueuse perspective de vérités jusqu'à lui inconnues. Les tourbillons fantasques de Descartes firent place à des lois douces et harmonieuses que l'on croit lire, sous la solitude d'une belle nuit, dans les mystérieux caractères du ciel étoilé. Un être pensant, qui plonge son regard dans cette immensité étincelante, est écrasé par son propre néant. Mais, lorsque cette même intelligence se replie sur elle-même, lorsqu' elle rentre dans sa puissante faculté de mesurer l'infini et de péser les mondes,—elle reconnaît, dans son for intérieur, le principe immortel et le reflet de la Divinité.

§ 35.

La proposition du paragraphe (30) ne veut pas dire que parmi une infinité de longueurs différentes et infiniment petites, également possibles, il n'y en ait qu'une seule et nommément α qui puisse convenir au rayon atomique, car ce serait une assertion absurde qui ferait dépendre les rapports des grandeurs, de leurs valeurs absolues. Nous émmetrons notre aperçu des principes du savoir beaucoup plus tard; en attendant, il ne sera pas superflu d'éclaircir, en peu de mots, le sujet qui nous occupe.

Deux voies mènent à la connaissance des grandeurs du monde extérieur: les sens et l'entendement. Toutes celles qui tombent sous les sens, sont appelées *grandeurs absolues.* Ainsi, quoique nous ne voyons pas une ligne mathématique, parce qu'elle n'a pas de largeur, mais nous voyons la plus courte distance, p. ex., entre deux boules données, et nous disons qu'une ligne est une grandeur absolue. Nous sentons l'effort nécessaire pour soulever une masse quelconque: le poids d'un corps est donc aussi une grandeur

absolue, etc. L'entendement n'a pas de prise sur les grandeurs absolues; cela fait qu'on pourrait examiner, aussi longtemps qu'on veut, la longueur d'un mètre par exemple, et l'on ne serait pas en état de reproduire cette longueur ailleurs, ou dans son absence (Note IV).

Par un admirable privilège de la pensée, vous pouvez généraliser, abstraire, désunir mentalement ce qui est uni dans la réalité, examiner séparément des attributs qui n'existent que par leur simultanéité et leur dépendance mutuelle. Vous pouvez, en un mot, créer, dans votre esprit, un être idéal, privé, à votre gré, de telle ou autre condition indispensable à son existence, à sa réalité objective. Cest ainsi que procède p. ex. l'histoire naturelle, ou que la physique générale examine isolément les propriétés des corps. Rigoureusement parlant, la nature ne produit que des individualités, mais la philosophie les réduit à des types.

Imaginez, après cela, un être mentalement dépourvu de tout ce qui constitue sa réalité objective, un être isolé et déjà différent de tous les autres, *d'une même espèce*, par son individualité qui lui appartient sans partage, comme un atome d'or (par exemple) que je nommerai A n'est pas l'atome d'or B, et réciproquement. Voilà ce qui fait naître, dans l'entendement humain, l'idée de *l'unité*. Le nombre est un assemblage d'unités, *d'une même espèce*, et, par conséquent, les nombres, les rapports ou proportions, et généralement, les *grandeurs relatives* sont des concepts purement intellectuels. Prenez un nombre de boules, tel grand qu'il soit, et dictez ce nombre à un aveugle: il en prendra tout autant. Il est évident, d'après cela, que le nombre peut être reproduit par la pensée. Cette manière d'opèrer avec les nombres a reçu une brillante application dans la théorie des probabilités.

Cela posé, tout ce qui implique exclusivement un nombre, ou un rapport, tout ce qui dérive uniquement du travail de la pensée, ne peut exister, qu'exclusivement dans la pensée, ou, en d'autres termes, ne peut avoir qu'une existence purement idéale. Imaginez un triangle rectiligne rectangle dont les trois côtés sont dans le rapport des nombres 3, 4 et 5; ce triangle n'est qu'un schème, il n'existe que dans l'idée, il ne tombe pas sous les sens. Pour le réaliser, il faut lui donner un mode déterminé d'existence, il faut le tracer, en attribuant à l'hypoténuse p. ex. une *longueur* réelle et *absolue* quelconque, que je nommerai l. Mais on me demandera: «pourquoi l? pourquoi pas $l + dl$, ou $l - dl$?» je n'ai été guidé, ni par le hasard ni par le choix, ni par la nécessité, et je suis dans l'impossibilité complète de me rendre compte de ma propre opération, je suis autorisé, après cela, comme incapable de concevoir *l'absolu*, à répondre par une question, à ceux qui poseront la question: «pourquoi le rayon de l'atome, est-il tel qu'il est,

dans la conformation actuelle du monde physique, et que nous avons désigné par α, c'est-à-dire, ni plus grand, ni plus petit que α?»—Pourquoi p. ex. le rayon du globe terrestre a-t-il la longueur de vingt mille kilomètres, divisée par π?

Le Créateur l'a voulu ainsi; Lui seul sait: pourquoi?

Si notre réponse est rationnelle, il faut qu'il y ait une relation quelconque entre le rayon de l'atome et celui du sphéroïde terrestre, correspondant à un point quelconque fixe et donné du niveau de la mer. Aussi cette relation subsiste-t-elle réellement, comme on va le voir par ce qui suit [1]).

Supposons que, pour une autre conformation du monde physique, semblable à celle du nôtre, l'échelle actuelle de la création soit modifiée dans le rapport u, où u est un nombre réel qui peut être plus grand, ou plus petit, que l'unité. Alors, toutes les lignes l deviendraient ul [2]), les surfaces l^2 se changeraient en u^2l^2, et les volumes l^3 seraient u^3l^3. *Les forces* en général, comme étant toujours proportionnelles aux espaces qu'elles font parcourir au mobile, dans un temps donné, seraient modifiées dans le même rapport que ces espaces, c'est-à-dire qu'elles *auraient* aussi *toutes u pour facteur.* Les corps absolument durs, devant conserver ce caractère, après le changement d'échelle, auraient encore la densité infinie et constante Ω, et, par conséquent, leurs masses m seraient modifiées dans le rapport de leurs volumes, ou, autrement dit, elles deviendraient u^3m. Ce qui est vrai, pour ces masses, est évidemment vrai pour des masses compressibles, et partant toutes les densités ω, quelconques, resteraient les mêmes qu'auparavant. Or, comme on sait que l'attraction à la surface de deux sphères homogènes, par exemple, et ayant la même densité, mais des rayons différents, est proportionnelle à leurs rayons, cela fait que si g, était *l'intensité absolue* de cette attraction, avant le changement d'échelle, elle deviendrait ug, après ce changement. Ce résultat est encore une *conséquence immédiate de la loi newtonienne,* résultat extrêmement remarquable, par ce qu'il est évident que toute autre loi mettrait les proportions du monde physique actuel, sous la dépendance des grandeurs absolues, ce qui est absurde. Pour éviter les périphrases, nous nommerons ce principe métaphysique: *indépendance de l'absolu* (Note V).

---

[1]) Désignons par m la longueur du millimètre actuel. On a donc le rapport $\frac{\alpha}{m}=\frac{1}{n}$, où n est un nombre réel et entier immense, mais qui ne varie pas pour la même échelle de la création. Ainsi α est une existence réelle.

[2]) Le rayon atomique ne serait plus α, mais $u\alpha$.

En effet, nommons, g l'attraction qu'une sphère matérielle et pour plus de simplicité, homogène, dont m est la masse, exerce sur le centre de gravité d'une masse (p. ex. extérieure) quelconque μ, prise pour unité a étant la distance mutuelle des centres. Ce système est supposé comme faisant partie du monde physique actuel, et nous nommerons cet état, *état naturel*, pour le distinguer de *l'état fictif* qui aurait lieu pour une autre échelle de l'univers matériel. A l'état fictif, g serait modifiée en ug, d'après ce qui vient d'être dit, relativement aux *forces* en général : en comparant donc ces deux états, on doit avoir la proportion:

$$g : ug = m . \Psi (a) : u^3 m . \Psi (ua),$$

où $\Psi(a)$ est, par hypothèse, la force attractive, raportée à l'unité de masse et de plus une fonction inconnue de la distance. Cela donne:

$$gu^3 m . \Psi (ua) = ugm . \Psi (a).$$

et partant

$$\Psi (a) = u^2 . \Psi (ua)$$

une équation qui ne peut être satisfaite d'aucune autre manière qu'en posant, conformément à la loi newtonienne, la *force accélératrice*

$$\Psi (a) = \frac{1}{a^2},$$

parce qu'alors

$$\Psi (ua) = \frac{1}{u^2 a^2}.$$

Cela posé, la vitesse acquise par un corps tombant librement, dans le vide à l'Observatoire de Paris, pendant une seconde sexagésimale ou la 86400-e partie du jour moyen, deviendrait dans le nouvel état, égale à

u. 9, 80896. . . . mètres primitifs.

Mais, comme ces derniers n'existent plus, dans le nouvel état, cela fait, qu'en rapportant à eux proprement le facteur u, on les réduirait sans le savoir, au nouveau mètre, qui est u. (mètre), et l'on dirait encore que la vitesse susmentionnée est de 9, 80896. . . . mètres, comme auparavant. On penserait donc, par erreur, que rien n'a été modifié dans les phénomènes de la chute des graves et, par conséquent, dans la durée des oscillations du pendule. Or, la vitesse angulaire de rotation, serait évidemment la même qu'actuellement, et partant la Terre tournerait encore sur son axe, une fois dans *notre* jour sidéral. Un pendule à secondes ferait donc encore, comme à-présent, à très-peu près 86164 oscillations, pendant la rotation complète de la Terre sur son axe et, par suite, ni nos montres, ni aucun de nos procédés chronométriques ne seraient pas en état de nous découvrir le grand changement opéré dans l'échelle absolue de la création.

Ainsi, le nouveau mètre étant toujours encore la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre, passant par Paris, le rapport mutuel de nos mesures linéaires ne serait pas altéré par ce changement. Si l'on désigne par S, D et E, la masse du soleil, sa distance à la Terre et l'espace que le centre de gravité de notre planète parcourt par seconde, dans sa chute vers le Soleil, à l'état naturel, on aurait, pour l'état fictif, S changée en u^3 S, D^2en u^2D^2 et partant E en uE, vu que E, qui sert de mesure à la pesanteur, étant proportionnel à la masse solaire, acquerrait le facteur u^3 et en même temps le diviseur u^2, en vertu du carré de la distance. De cette manière, l'orbite que la Terre décrit autour du Soleil serait encore en tout semblable à l'orbite actuelle et modifiée dans le même rapport que toutes nos mesures linéaires terrestres. Cela posé, la durée de l'année tropique serait toujours, comme aujourd'hui de 365 J, 24 . . . . . . et, deplus, l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique, demeurant invariable, reproduirait encore les phénomènes du retour des saisons, identiquement les mêmes que ceux que nous connaissons. La même chose peut se dire du retour des phases de la Lune et de tous les mouvements planétaires.

Puisque tous les arcs, p. ex. circulaires, auraient aussi u pour facteur, ainsi que leurs rayons, cela fait que les angles ne subiraient aucun changement. De là résulte, que les distances angulaires apparentes des étoiles, leurs positions respectives et les configurations des constellations n'éprouveraient pas la moindre mutation, de sorte que l'aspect du firmament serait encore exactement tel que nous le voyons présentement. Par la même raison, les disques apparents des corps célestes seraient vus constamment sous les mêmes angles visuels, et comme c'est d'après ces angles que nous portons notre jugement sur la grandeur des objets, le Soleil et la Lune p. ex. ne nous paraîtraient, ni plus grands, ni plus petits qu'aujourd'hui. L'intensité de la lumière étant réciproque aux carrés des distances, celle que les astres envoient à notre sphéroïde aurait acquis le diviseur u^2 et, en même temps le multiplicateur u^2 parce que les surfaces éclairantes, tournées vers la Terre, seraient u^2 fois plus grandes, ou plus petites. Cela posé, la clarté des jours et des clairs-de-lune serait encore identiquement la même que pour l'échelle actuelle. Ainsi, aucun de tous ces phénomènes n'aurait le pouvoir de nous instruire à quel nombre se réduit la valeur de u, parce qu'elle y disparaît comme facteur, chaque fois totalement, en entrant au même degré dans le numérateur et dans le dénominateur, ce qui lui donne le caractère de l'unité.

Disons encore quelques mots sur les forces, et notamment sur la force musculaire. Soit M l'intensité de la force musculaire d'un individu, rapportée

à la sensation S qu'il éprouve p. ex. en soulevant un poids déterminé P. Il est évident qu'on a

$$S = \frac{P}{M},$$

parce que, pour le même poids, la sensation est d'autant plus forte, ou plus faible, que la force musculaire de l'individu est plus petite, ou plus grande. Pareillement, pour la même force musculaire, la sensation est directement proportionnelle au poids. Ecrivons cette formule, pour une autre échelle de la création.

$$\left(S' = \frac{P'}{M'}.\right)$$

Mais dans cet état fictif, la force musculaire primitive M deviendrait augmentée, ou diminuée, dans la même proportion, que la masse de l'individu; elle aurait donc acquis u^3 comme facteur. Ensuite, elle recevrait encore le facteur u, à l'instar de toutes les *forces* de la nature en général (p. 75). On aurait donc $M' = u^4\ M$. D'un autre côté l'intensité c de la pesanteur serait uc et la masse du poids P deviendrait multipliée par u^3, la densité restant la même. Avec cela, P serait changé en $u^4\ P$. Introduisant ces valeurs de M' et P' dans celle de S', on obtiendrait

$$S' = \frac{u^4\ P}{u^4\ M} = S.$$

Ce résultat nous apprend, que: quelles que seraient les dimensions absolues de l'univers, chacun de nous éprouverait exactement la même sensation, en soulevant p. ex. un kilogramme, qu'il éprouve aujourd'hui. Par conséquent, la force musculaire, à son tour, serait complètement incapable de nous donner la moindre idée sur la valeur de u.

On pourrait enfin recourir aux sons, aux couleurs, aux équivalents chimiques, etc., etc.: mais ces considérations nous entraîneraient trop loin du but que nous nous sommes proposé, sans qu'on soit plus avancé dans la connaissance de u, parce que les sons, les couleurs, les équivalents ne dépendent que des nombres. Nous ne devons donc pas nous arrêter d'avantage sur cet intéressant sujet; il nous suffira de dire, pour le moment, qu'en modifiant la grandeur absolue de l'échelle de l'univers matériel dont nous faisons partie, sans toucher à ses proportions, on n'aurait altéré, pas pour un cheveu, aucune des impressions qu'il produit sur nos sens, c'est-à-dire que rien, *absolument rien*, ne serait capable de nous avertir, d'une manière quelconque, du grand changement survenu dans toute la nature.

Tous les mouvements qu'il est donné à l'homme d'observer et de con-

naître ne sont également que des *mouvements relatifs:* ainsi p. ex. tout se passe sur la Terre, comme si elle était effectivement en repos [1]).

Cela résulte de ce que la force est proportionnelle à la vitesse qu'elle produit, et ce grand principe naturel passe presque inaperçu aux yeux des métaphysiciens. Un géomètre profond en a donné une belle démonstration, mathématiquement expérimentale, dans son immortel ouvrage; Mécanique céleste, livr. I. N 5).

Ainsi, *l'indépendance de l'absolu* et *la loi de la force proportionnelle à la vitesse,* sont ces deux puissants moyens qui ne laissent, à la disposition de l'intelligence humaine, que les grandeurs relatives: les proportions, ou les rapports. C'est par ces moyens que Dieu a caché sa *volonté* à l'être pensant, en lui permettant seulement d'étudier sans limites et d'admirer sa *sagesse*. La première réside dans *l'absolu*, c'est-à-dire dans les dimensions absolues de l'univers et dans son mouvement absolu, autour du centre de gravité unique pour toute la création et le seul qui soit en repos. La seconde se manifeste dans *le relatif,* c'est-à-dire dans les proportions, ou rapports mutuels, de toutes les quantités géométriques et numériques du monde physique actuel. Toute cette discussion veut dire, que si ce monde avait été créé *dès le commencement* [2]) d'après une échelle par exemple, un million de fois plus grande, ou plus petite, que l'échelle actuelle, nous le verrions toujours encore tel que nous le voyons aujourd'hui, c'est-à-dire: ni

---

[1]) Un voltigeur à cheval qui jette au grand galop une pomme, verticalement dans l'air, la voit monter et descendre dans cette direction; mais les spectateurs, placés hors de ce mouvement, voient la pomme décrire une courbe, à trés-peu près parabolique. Un joueur de billard croit que la bille se meut en ligne droite, tandis qu'effectivement la bille tourne en même temps autour de l'axe terrestre. Cet axe lui-même n'est pas en repos: il décrit dans l'espace une surface courbe très-compliquée dûe au mouvement annuel de la Terre, à la précession, à la nutation etc. Pour voir immédiatement tous ces mouvements, il faudrait se trouver hors de la planète que nous habitons. Le Soleil, et partant son système tout entier, se transporte vers la constellation d'Hercule; il se meut donc autour d'un corps central, qui nous est inconnu. Celui-ci circule, avec tous ses Soleils, planètes, et satellites, autour d'un globe céleste, encore plus éloigné, et ainsi à l'infini. Pour voir et connaître tous ces divers mouvements, qui se réduisent à un mouvement *absolu* unique de toute la création autour de son centre commun de gravité, il faudrait être hors de ce mouvement et n'y prendre aucune part, ce qui n'est possible qu'à *l'Être* tout-puissant. L'homme ne peut donc connaître que les *mouvements relatifs.*

[2]) Cette condition est indispensable, comme faisant abstraction de la *loi d'inertie* qui donnerait lieu à des changements brusques de vitesse.

plus grand, ni plus petit. Cela signifie, autrement, qu'à l'égard de l'intelligence humaine il ne peut exister qu'une seule valeur de u, notamment $u=1$ [1]) et l'on conçoit, après cela, que tout ce qu'on peut dire de raisonnable, par rapport aux dimensions géométriques, *absolues*, du rayon α de l'atome, se résume en deux thèses: 1° ce rayon est infiniment petit et 2° il a la même longueur, pour toutes les substances simples de la nature.

Pour comparer les différents rapports des grandeurs, on choisit, à volonté une grandeur absolue quelconque, comme unité de mesure pour toutes les grandeurs de la même espèce. On a soin que cette unité soit facile à retrouver en tout temps: telle est l'ingénieuse idée du système métrique. Ce procédé de la science est une image fidèle de ce qui se passe réellement dans la nature.

En effet, puisque la surface de l'atome persiste, par rapport à son centre, dans un état d'équilibre stable et éternel, il en résulte que les dimensions de l'atome, sa densité, sa masse et les forces qui lui sont inhérentes, sont les seules grandeurs absolues immutables de l'univers matériel. Cela posé, le rayon α de l'atome est *l'unité absolue* de mesure, pour toutes les longueurs,—le premier et le plus petit étalon dans l'échelle de la création. Il est donc vrai de dire, qu'un atome est un monde aux yeux du géomètre, et rien qu'en changeant le rayon de l'atome, l'Auteur de la nature aurait dérangé tous les mondes, disséminés dans l'immensité de l'espace.

Reproduisez un paysage, à l'aide de plusieurs images daguerriennes, prises à différentes distances, dans la même direction. Chacune de ces images, aux dimensions absolues près, est, identiquement la-même. Ce sont toujours les mêmes proportions, les mêmes harmonies et beautés de la nature, la même perfection poétique qui parle à l'imagination, la même perfection philosophique qui parle à l'intelligence. L'expérience journalière nous instruit que l'absolu apparent, dans la disposition mutuelle des objets qui nous environnent, se modifie à chaque instant, en vertu de l'angle visuel; ces objets paraissent être tantôt plus grands et tantôt plus petits, mais les proportions restent toujours les mêmes. On est donc en droit de dire, que tout ce qui affecte la partie intellectuelle de notre être, ne varie en rien par le choix d'une échelle, plus ou moins grande, et, par la même raison, tout ce qui constitue la perfection et l'harmonie du monde physique actuel, ne réside que dans ses nombres: proportions, ou rapports. V. la Note VI.

---

[1]) Le facteur u est *le module de l'échelle*, pour toutes les *valeurs* des grandeurs absolues, *également possibles*; ce module est donc, *subjectivement* égal à l'unité, pour le monde physique actuel.

§ 36.

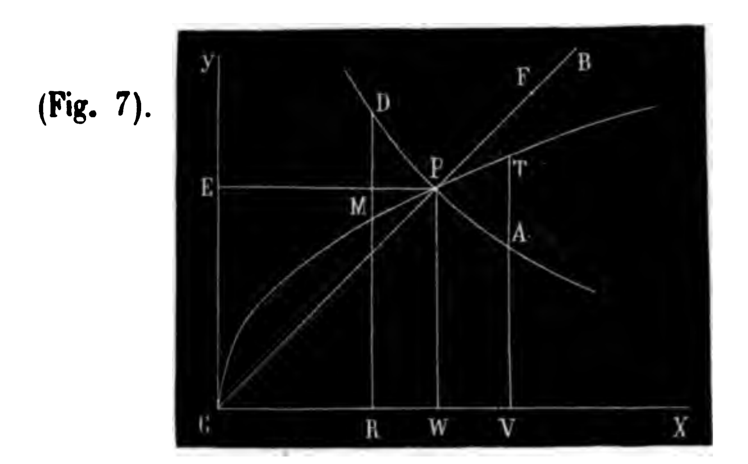
Nous exposerons finalement l'intervention remarquable de la parabole, dans la théorie générale de la matière, ce que l'on verra, encore une fois, dans la Note VIII. A cet effet, reprenons l'équ. (44) où nous poserons $m = \mu = 1$, afin de n'avoir à considérer que la loi accélératrice de l'attraction, et comme tous les raisonnements suivants sont également vrais pour une force répulsive, nous ferons abstraction du signe. Nonobstant cela, il ne s'agira ici que de la gravitation universelle.

Cela posé, on a

$$g = \frac{c}{a^2}. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44,\ bis.)$$

Soit C l'origine des c ordonnées orthogonales,

(Fig. 7).



CX l'axe des obscisses x, CY celui des ordonnées, que nous nommerons y pour la parabole et z pour l'hyperbole, par rapport à la même abcisse commune aux deux courbes. Si p est le paramètre de la parabole, nous prendrons, comme dans la Note VIII, $CW = PW = p = 1$. Par le point P de la parabole, dont C est le sommet et CX l'axe, faisons passer une hyperbole qui ait son sommet en P et son foyer en F, sur la droite CPB, de manière que C soit le centre de l'hyperbole et CF l'excentricité, dont la valeur est connue. Ce sera donc une hyperbole équilatère, ayant les axes CX et CY pour asymptotes. Menons les ordonnées quelconques de la parabole MR et TW, qui rencontrent l'hyperbole dans les points D et A. L'équation de la parabole est

$$y^2 = px,$$

d'où $\overline{MR}^2 ; \overline{TV}^2 = CR ; CV.$

l'équation de l'hyperbole est

$$xz=p^2,$$

ce qui donne

$$CR : CV = AV : DR$$

et partant

$$\overline{MR}^2 : \overline{TV}^2 = AV : DR.$$

d'où

(45) . . . . $AV : DR = \frac{1}{\overline{TV}^2} : \frac{1}{\overline{MR}^2}.$

Cette proposition veut dire que les ordonnées de l'hyperbole sont entre elles en raison inverse des carrés des ordonnées correspondantes de la parabole. En prenant donc, à volonté l'une quelconque des ordonnées de la parabole pour l'unité des distances et l'ordonnée correspondante de l'hyperbole pour celle des forces, chaque ordonnée de l'hyperbole représentera graphiquement *l'attraction newtonienne* qui a lieu à la *distance* donnée par l'ordonnée correspondante de la parabole, l'une et l'autre exprimées en parties des unités susmentionnées. Mais, d'après ce qu'on a dit jusqu'à présent, on voit clairement, qu'il est beaucoup plus commode de choisir, pour cette unité, l'ordonnée commune PW, c.-à-d. celle du point d'intersection P des deux courbes.

Cela posé, reprenons les deux équations, citées plus haut,

$$y^2=px$$
$$xz=p^2$$

et éliminons la variable indépendante x.

Nous aurons

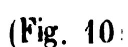
(46) . . . . . . $Z=\frac{p^3}{y^2}.$

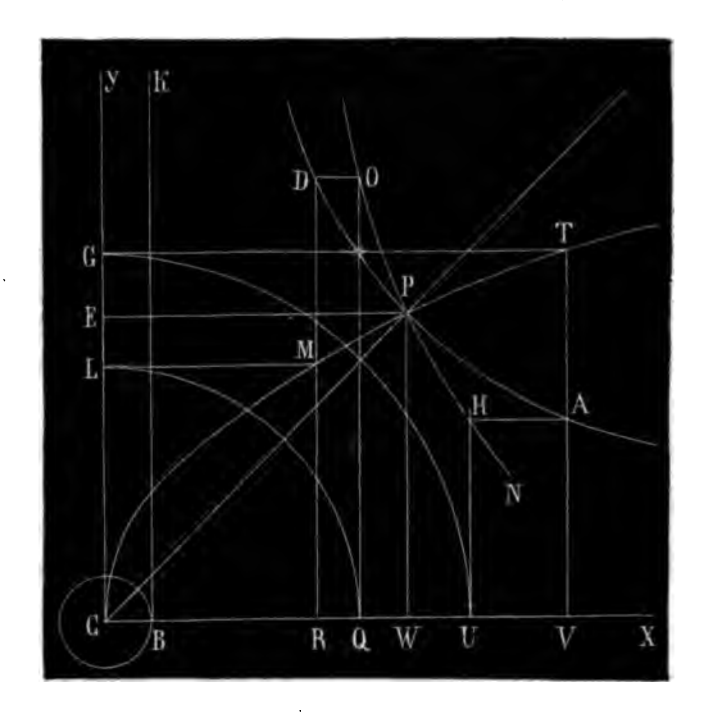
Cette équation est identique avec l'équ. (44, *bis*), où g équivaut à l'expression générale Z de la force accélératrice, et a à celle y de la distance correspondante. En posant $y=1$, on aura $z=p^3$, c'est-à-dire que p^3 est la valeur particulière de la force z, *à l'unité de distance*, ou, ce qui revient au même, *la force prise pour unité.* Ainsi, c équivaut à p^3, ce qui n'a rien d'illicite, parce que c et p^3 sont des unités de mesure et que pour *l'homogénéité des quantités*, représentées par des nombres, il faut que la seconde partie de l'équ. (46) soit de même dimension que la première. Après cela, cette équation simplifiée peut s'écrire ainsi

$$Z=\frac{1}{y^2}.$$

Nous nommerons la courbe, exprimée par cette dernière équation, ***courbe newtonienne.*** Elle peut être très-facilement construite par points.

A cet effet, en conservant toutes les conventions précédentes, soient données les abscisses arbitraires CQ


(Fig. 10)



et CU: on veut obtenir les ordonnées correspondantes de la courbe newtonienne. Portons la distance CQ de C en L, sur l'axe CY; du point L menons la droite LM, parallèle à CX, jusqu'à la rencontre avec la parabole en M. Par le point M, menons l'ordonnée DR de l'hyperbole. De là

$$CQ = CL = MR \quad \ldots\ldots\ldots \quad (47).$$

Par le point D de l'hyperbole, tirons la droite DO, parallèle et égale à RQ: O sera un point de la courbe newtonienne.

Si l'abscisse CQ était plus grande que CW, comme p. ex. $CU > CW$, le tracé serait encore tout-à-fait le même. On porterait CU sur l'axe CY, de C en G, on menerait l'abscisse GT de la parabole et son ordonnée TV. On aurait ainsi

$$(48) \ldots\ldots\ldots \quad CU = CG = TV.$$

Du point A, où TV entrecoupe l'hyperbole, on tirerait la droite AH, parallèle et égale à VU: H serait encore un point de la courbe newtonienne. Maintenant, il reste à prouver, que les points O et H appartiennent réellement à cette courbe.

Or puisque AV=HU et DR=OQ, TV=CU (expr. 48) et MR=CQ (expr. 47) la formule (45) donne

$$HU : OQ = \frac{1}{\overline{CU}^2} : \frac{1}{\overline{CQ}^2},$$

ce qu'il s'agissait de démontrer.

Si, après cela, on voulait appliquer la même construction à l'abscisse CW, on porterait CW sur CY, de C en E et l'on menerait l'abscisse EP de la parabole. Il ést évident que P sera un point commun à la parabole, à l'hyperbole et à la courbe newtonienne. En tirant la droite CP et en pliant la *figure* en deux, suivant cette droite, la branche PD de l'hyperbole coïncidera avec la branche PA, ce qui montre que la courbe newtonienne n'est pas symétrique par rapport à CP et que P n'en est pas le sommet. Or, comme elle passe entre l'hyperbole et l'axe CX, cela fait que cet axe est une asymptote à la *courbe*. Voyons, après cela, qu'est-ce qui arrive à l'égard de l'autre axe CY?

La construction qu'on vient d'exécuter donne toujours, comme on voit, une ordonnée z de l'hyperbole *égale* à une ordonnée g de la *courbe*, de manière, que l'abscisse x de l'hyperbole correspondant à z, appartient aussi à une ordonnée y de la parabole *égale* à a, ou à l'abscisse de la courbe newtonienne, correspondant à g, c-à-d que

$$y = a,$$

ce qui fournit la proportion

$$p : a = a : x, \qquad \text{.........(49)}$$

dont nous ne ferons usage que dans l'angle YCP. La proportion (49) s'obtient, si l'on veut, directement, en posant $z = g$ dans les équations $xz = p^2$ et $g = \frac{p^3}{a^2}$.

Désignons généralement par b chaque droite telle que DO, qui représente la distance entre la *courbe* et l'hyperbole, dans la direction parallèle à CX. On a donc

$$(50) \ \text{.........} \qquad b = a - x,$$

en rapportant les abscisses différentes a et x (ici CQ et CR), aux ordonnées égales (ici OQ et DR), et partant

$$b = a - \frac{a^2}{p},$$

d'après la prop. (49).

Prenons le coéfficient différentiel de b, qui est

$$\frac{db}{da} = 1 - \frac{2a}{p};$$

ensuite

$$\frac{d^2 b}{da^2} = -\frac{2}{p}.$$

Cette valeur négative nous apprend, que la fonction b comporte un *maximum*. Pour déterminer l'abscisse a, qui correspond à ce cas, on posera $\frac{db}{da}=o$, d'où $a=\frac{p}{2}$, ce qui étant substitué dans la seconde valeur de b donne $b = \frac{p}{4}$. Ces valeurs de a et de b étant introduites dans la formule (50), on obtient

$$x = \frac{p}{4} = b.$$

Cela signifie, que l'ordonnée de l'hyperbole, qui correspond au *maximum* de b, passe par le foyer de la parabole Dans ce cas, cette ordonnée est située à égale distance, de l'axe CY et de l'ordonnée correspondante (égale) de la courbe newtonienne. A partir de cette limite, soit vers P soit vers l'asymptote CY de l'hyperbole, la droite b diminue et devient nulle en P. Voyons maintenant ce qu'elle devient, en se rapprochant de CY.

La recherche des différentes valeurs de b, qui est d'un intérêt médiocre, comme question de pure analyse, acquiert de l'importance à nos yeux sous un point de vue métaphysique. Elle est très-propre à éclaircir la proposition relative à la remarque du § 28. Il s'agit donc de savoir si b peut devenir nulle, lorsque la branche de l'hyperbole se confond avec son asymptote CY.

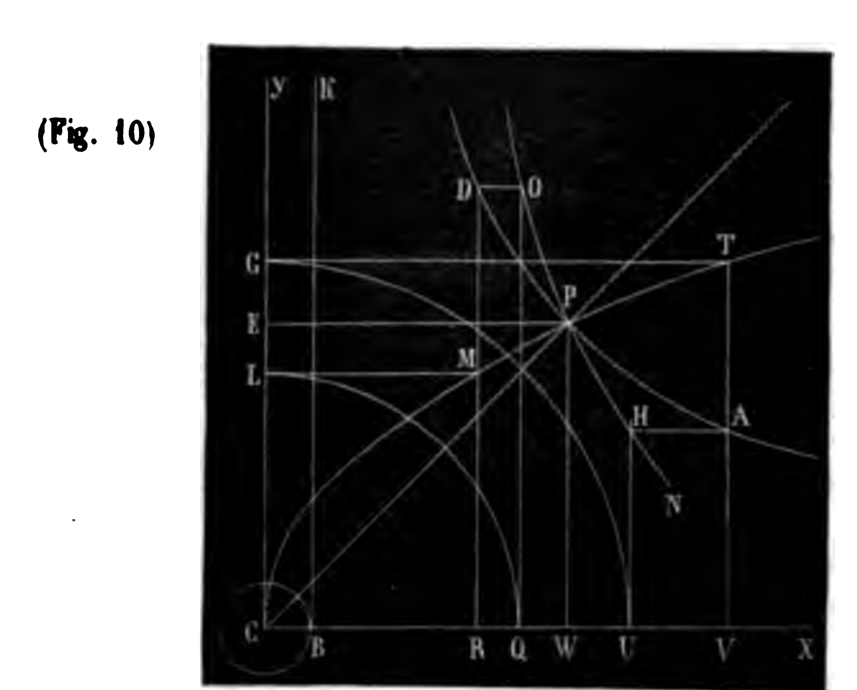
Lorsque l'ordonnée DR de l'hyperbole devient infinie, elle se confond avec l'asymptote mais alors l'ordonnée correspondante OQ de la courbe newtonienne devient aussi infinie, attendu que ces deux ordonnées sont constamment égales, d'après notre construction, quelle que soit la valeur de b, et partant la proportion (49) subsiste toujours encore, sans cesser d'être vraie. Or cette proportion nous avertit, que lorsque a devient une ligne *physiquement* moindre que chaque ligne donnée, et par conséquent plus petite que la constante p,—l'abscisse x de l'hyperbole reste toujours plus petite que a, sans devenir $x=a$. Une ligne *physiquement* moindre que toute ligne donnée n'est rient autre chose que le rayon atomique α [1]). ce qui fait, qu'une ligne plus petite que α ne peut qu'être égale à zéro. On a donc, pour ce cas, $x=o$ et $s=\infty$, c'est-à-dire que l'hyperbole se confond alors

---

[1]) Avant que d'aller plus loin, nous prions le lecteur de relire encore une fois la Note IV, surtout la fin.

avec son asymptote CY. Mais, en même temps, la valeur de b n'est pas nulle, parce qu'en posant $a=\alpha$ et $x=o$, dans la formule, (50), on a $b=\alpha$. L'ordonnée g de la courbe newtonienne parvient alors à une valeur infinie $g=\infty$, en vertu de $z=\infty$ et de $z=g$; de cette manière, la gravitation devient infinie, non pas au centre de l'atome, mais à sa surface, *ce qu'il s'agissait de démontrer.*

(Fig. 10)



Si CB représente le rayon α de l'atome et BK une droite perpendiculaire à CX, cette droite sera une asymptote à la courbe newtonienne. L'axe CY ne peut pas l'être, parce que la courbe ne peut pas s'en approcher à une distance moindre que α.

Il n'est pas superflu de remarquer, que l'hyperbole équilatère représente une force réciproque à la simple distance. Si la *gravitation universelle* agissait suivant ce rapport, elle ne pourrait devenir infinie qu'au centre de l'atome et par là l'existence de la matière deviendrait impossible. Ainsi, aux admirables propriétés de cette grande loi de la nature, que nous avons soigneusement étudiées dans ce premier mémoire, nous devons ajouter, que: *l'attraction, réciproque aux carrés des distances, est l'unique loi, qui rende possible l'existence de la matière pondérable.*

Avec cela finit notre premier travail sur la métaphysique des forces, inhérentes à l'essence de la matière. (V. la Note VIII et dernière).

CONCLUSION.

Pour conclusion, nous devons dire quelques mots sur la valeur intrinsèque des spéculations métaphysiques et philosophiques, en général. Plusieurs personnes, et principalement celles qui ne posent presque aucune différence entre une science et un métier, attachent beaucoup de prix aux recherches expérimentales et regardent avec une espèce de mépris tout ce qui est le produit de la pensée toute pure.

Elles ne saisissent pas même le vrai sens des expériences et des observations, car également indifférentes à ces brillantes découvertes empiriques, d'un ordre transcendant, qui ont immortalisé les noms de leurs auteurs et où la pensée joue un rôle beaucoup plus important que les sens, elles sont loin d'y voir le grand talent d'interroger la nature. C'est la pensée qui communique sa lumière divine à l'obscurité qui l'environne et les mystérieuses vérités du monde physique éclosent comme des fleurs aux rayons du soleil. Qu'il est donc à plaindre celui qui ne s'empare, avec avidité, que de tout ce qui touche immédiatement, ou d'assez près, les besoins matériels, et le plus souvent les plus futiles, de l'humanité!

C'est aux propagandistes de ce baconisme travesti que je m'adresse, dans ce moment, parce que c'est de leur part que je dois m'attendre à l'apostrophe: «à quoi sert la démonstration de la gravitation universelle, *à-priori*, quand même elle serait exacte, puisqu'elle ne nous apprend rien de nouveau, comme étant déjà connue, à la suite des lois de Képler?»

Répondons par points:

A. La démonstration en question n'a été, d'aucune manière, le but de nos méditations; mais nons n'avons pas pu l'éviter, parce que la loi newtonienne s'est présentée d'elle-même, dans la constitution atomique de la matière. Nous avons dû la soumettre à l'épreuve, comme moyen de vérification, et le résultat s'est trouvé, heureusement, favorable à nos recherches. On voit par là, que des investigations très-abstraites sont encore capables de fournir des résultats remarquables et souvent inattendus.

Quant aux lois de Képler, on sait qu'elles ne sont qu'une première approximation des mouvements planétaires et que, par conséquent, l'ellipticité des orbites, étant altérée par les perturbations des corps célestes, ne donne plus exactement le rapport inverse des carrés des distances. Cette dernière circonstance n'a fait, il est vrai, que rehausser le mérite de la loi newtonienne, mais elles a compliqué le problème, devenu plus influencé par les erreurs des observations nonobstant que l'arrangement particulier du système planétaire permet de prendre le mouvement elliptique, pour base de chaque orbite troublée. Nous ne pouvons pas, de cette manière avoir la certitude absolue (égale à l'unité) que l'exposant de la distance, dans l'expression de la force attractive, est réellement et exactement 2 et qu'il n'est pas, peut-être, $2 + \lambda$, où λ serait une fraction numérique, rationnelle et réelle, très-petite et insignifiante au point d'être offusquée par les erreurs inévitables, des observations les plus parfaites Notre équation (11) dit, au contraire, que cet exposant est exactement égal à 2.

B. Ni Newton, par une extrême réserve, ni ses sectateurs, n'ont jamais considéré la gravitation comme une cause première, mais toujours comme un phénomène qui lui-même serait peut-être encore dû à une cause inconnue et plus éloignée. Quiconque a lu les «*principia*» [1]) de Newton, avec attention, n'aura pas manqué de remarquer qu'il s'efforce de placer la cause physique de la gravitation, ailleurs qu'en elle-même. Newton n'a jamais dit que les corps matériels se rapprochent, les uns des autres, par l'effet de l'attraction, mais seulement que le phénomène apparent se passe comme s'il y avait une attraction mutuelle entre ces corps, «*quasi esset attractio*» [2]). Cette manière

---

[1]) Cet ouvrage célèbre a paru pour la première fois, à Londres, en 1687, et a eu plusieurs éditions, dont celle que nous possédons porte pour titre: *Phylosophiae naturalis principia mathematica*, etc. Genevae 3 tomes in—4°. 1739—1742. Elle est commentée par Le Seur et Jacquier.

[2]) Newton a soigneusement évité, dans ses écrits, de qualifier de cause la gravitation universelle, en la présentant comme une description du phénomène visible, où les corps sont poussés les uns vers les autres, comme par l'effet d'une attraction mutuelle (Princ. t. 1 p. II, def. VIII). Ailleurs (ibid. p 464, Sch.), il s'exprime encore ainsi: «*Vocem attractionis hic generaliter usurpo etc...*» Son élève S'gravesande n'est pas plus explicite, à cet égard: „*Attractionem vocamus... hoc nomine Phaenomenon, non causam designamus.*" D'un autre côté, s'appuyant sur les observations astronomiques, Newton admet que la gravitation est plus généralement démontrée que l'impénétrabilité de la matière: „*Nam et fortius est argumentum etc.*" (Princ T. III. reg. III,) Et cependant, plus loin, il ajoute: „*Attamen gravitatem etc.*" comme si une propriété variable était moins essen-

de considérer la loi newtonienne, s'est conservée dans la science jusqu'aujourd'hui. Notre démonstration *à-priori* fait voir, au contraire, que la gravitation universelle est une cause primordiale et que le rapprochement mutuel des corps, qui offre toutes les apparences d'une attraction, n'est en effet rien autre chose que cette attraction *elle-même*, et nullement un simple phénomène, ou le résultat d'une cause inconnue quelconque. Toutes les hypothèses, imaginées pour déduire l'attraction d'une cause plus simple ou l'attribuer à quelque agent, connu ou inconnu, deviennent donc inadmissibles.

Parmi ces tantatives, nous en citerons une qui repose sur l'ingénieuse et belle idée de rattacher, au moyen d'un seul principe, les actions moléculaires aux phénomènes de la Mécanique céleste. Telle est la théorie de M. Mossotti. Nous regrettons infiniment de n'avoir pas pu nous procurer l'original, de ce géomètre émiment, sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps. Cette théorie n'est parvenue à notre connaissance que d'après les écrits d'autres savants; nous demandons donc d'avance, excuse à l'auteur si, en exposant notre opinion sur les propositions qu'il a émises, nous nous écartons, par hasard, du principe qu'il avait réellement en vue.

L'hypothèse de Franklin, relative à l'électricité statique [1]) et mise sous une forme mathématique par AEpinus, a suggéré à M. Mossotti les idées que nous allons exposer en peu de mots. Les molécules isolées pondérables et sphériques, plongées dans l'éther indéfini, s'entourent d'une espèce d'atmosphère, ou plutôt *d'éthérosphère*, dont la densité décroît, très-rapidement. Les molécules pondérables se repoussent, à une petite distance, en raison directe des masses et *inverses des carrés des distances*. Cette dernière proposition est inexacte, commme nous le verrons en traitant des forces

---

tielle aux corps, qu'une qualité constante. La densité et l'étendue des corps, ne sont-ce pas, également des caractères variables?

Tels étaient les scrupules de la philosophie naturelle de son époque et la crainte de faire revivre les qualités occultes.

La gravitation, combinée avec l'impulsion primitive, est la cause de tous les mouvements célestes. Pourquoi faut-il encore chercher une cause à cette cause. Et s'il faut déjà suivre Newton, en tous points, lui-même nous apprend la vraie manière de raisonner, en évitant la pluralité des causes ou plutôt le surplus de ce qui suffit pour l'explication du phénomène.

[1]) M. Bertrand a démontré, le premier, que c'est la loi des carrés des distances qui donne lieu à l'absence d'électricité statique, dans l'intérieur des corps conducteurs. Malheureusement, nous ne connaissons pas cette démonstration, mais nous la citons fortuitement, à propos de l'électricité statique et du sujet qui nous occupe.

moléculaires. Quand la distance augmente, l'action devient attractive, suivant la loi newtonienne, et il y a, par conséquent, un point intermédiaire où la force est *neutre*. On peut conjecturer que c'est à cette distance que les molécules se trouvent, dans la composition naturelle des corps. La forme de l'équation différentielle qui donne la densité, en fonction de la distance, fait voir que les éthérosphères peuvent se superposer, ou, se pénétrer, sans déranger l'équilibre de l'éther. L'action mutuelle de deux molécules pondérables et de leurs éthérosphères ne dépend pas de la présence des autres et possède toutes les propriétés de l'action moléculaire. Les molécules d'éther se repoussent, suivant la loi de Newton; les molécules pondérables et éthérées s'attirent mutuellement, d'après la même loi. La pression, dûe à l'éther, est supposée proportionnelle au carré de la densité. La constante, ou l'intensité absolue de la répulsion des molécules éthérées, rapportée aux unités de masse et de distance est adoptée la même que pour l'attraction, que la matière pondérable exerce sur l'éther, comme Franklin et AEpinus l'ont admis, etc.

Il y a un grand fonds de vérité dans tout ce système, très-ingénieux par lui-même et appuyé de l'autorité de l'analyse transcendante. Les propositions fondamentales sont presque toutes exactes et peuvent être même rigoureusement démontrées *à-priori;* il paraît donc que l'auteur les a prévues, attendu qu'il ne les présente qu'à titre d'hypohèses. Mais puisque cette théorie explique la gravitation universelle, par un agent extérieur, tel que l'éther, et admet beaucoup d'approximations, au lieu de valeurs absolumént exactes, cela fait que nous ne pouvons pas la ranger au nombre des vraies lois de la nature. Ensuite: comme tous les atomes pondérables sont égaux en volume, comme la gravitation universelle naît à leur surface, pour se propager au dehors à l'infini et comme de cette manière elle ne prend aucune part à la spécification des substances, il en résulte évidemment, que cette attraction newtonienne n'a rien de commun avec les forces moléculaires physiques, ou chimiques, et ne peut pas découler d'un seul et même principe.

C. Les recherches des astronomes les plus célèbres sur les forces qui régissent les systèmes stellaires, prouvent que la science ne considère pas encore la gravitation comme une *force universelle*, ou une propriété générale des corps, parce qu'autrement, toutes les recherches de ce genre seraient abandonnées. Mais elles ont donné lieu à tant de grandes et belles découvertes uranographiques, qu'on doit savoir gré à cette vérification, du nombre considérable de faits importants sous d'autres rapports.

D. La présence d'un fluide excessivement subtil, tel que l'éther, dans les entremondes, n'altérant pas, d'une manière appréciable, les mouvements des planètes, prouve incontestablement que ces mouvements se passent, à

infiniment peu-près, comme ils se passeraient dans le vide. Puisque donc deux corps matériels, séparés par un intervalle vide immense, exerceraient encore une attraction l'un sur l'autre, comment pourrait-on se rendre compte de ce fait si surprenant, sans le secours des considérations métaphysiques?

E. Et pareillement, aurait-on jamais pu soupçonner, sans ce secours, que l'attraction intervient dans l'essence même de la matière et qu'elle se métamorphose, pour ainsi dire, en impénétrabilité?

F. L'attraction mutuelle de toutes les parties a dû produire une forme sphérique, pour tous les corps célestes. L'action simultanée de l'attraction et de la force centrifuge, développée par la rotation, a dû les aplatir aux pôles et influer, par là, sur les mouvements des axes de rotation. Mais, en reniant les spéculations métaphysiques, comment aurait-on pu découvrir la forme exactement sphérique des atomes, puisqu'en les comparant aux masses composées et en supposant, par analogie, l'existence des attractions intérieures, on n'aurait rien découvert?

G. Qu'est-ce qui pourrait nous révéler l'égalité des masses et des volumes atomiques, pour toutes les substances simples de la nature, et la nécessité des forces répulsives moléculaires (Note VII), sinon la pensée pure?

H. Il nous reste à dire quelques mots sur le soi-disant *fluide gravifique*. Pour expliquer les équations séculaires des planètes, on avait autrefois recours à différentes hyhothèses. L'une d'entre elles voulait, que la gravitation ne se propage pas instantanément dans l'espace, en sorte qu'elle emploie plus de temps quand l'intervalle entre la planète et son corps central est plus grand, et réciproquement. Cela posé, la force serait représentée par un courant que coule, de tous côtés, vers le Soleil par exemple, avec une rapidité immense, et comme l'action de ce courant serait différente sur les corps mus, de celle sur les corps en repos, il en résulterait un phénomène analogue à l'aberration de la lumière. La résistance de ce courant produirait donc une perturbation, dans le mouvement elliptique des planètes. L'hypothèse dont il s'agit ne suppose pas nécessairement un courant, ou un fluide matériel. Elle veut dire seulement que: pour que l'action du Soleil n'eût pas de prise sur une planète, il faudrait qu'on eût communiqué à celle-ci, au commencement de son existence, une vitesse, vers le Soleil, x millions de fois plus grande que celle de la lumière, ce qui serait celle du fluide gravifique fictif. Cette hypothèse n'explique pas les équations séculaires de Jupiter et de Saturne, qui sont de signes contraires, et elle fut même abandonnée depuis l'orsqu'on s'est assuré qu'une véritable équation séculaire n'existe point dans le système planétaire. Laplace a démontré que les inégalités qui

avaient l'apparence d'être progressives, dans l'espace de quelques siècles. n'étaient réellement que des inégalités à longue période.

La vitesse du courant gravifique déduite par Schubert [1]), le célèbre astrome de Pétersbourg, au moyen de l'équation séculaire de la Lune, est évaluée à huit millions de fois celle de la lumière. La cause de l'équation séculaire de la Lune étant ajourd'hui bien connue, Laplace affirme,que l'attraction se transmet au moins cinquante millions de fois plus promptement que la lumière. «On peut donc sans craindre une errenr sensible, considérer sa transmission, comme instantanée.» (Syst. du monde, p. 515). M. de Pontecoulant détermine, cette vitesse [2]), en comparant deux équations séculaires de la Lune, l'une dûe à l'emission de la lumière solaire et l'autre à la transmission progressive de la gravitation, et trouve un résultat qui le porte à considérer cette vitesse comme infinie. Nous partageons complètement cette dernière opinion et nous disons, que la propagation de la force attractive est subite, dans toute l'immensité de l'espace absolu. Ainsi, l'analyse de M. de Pontecoulant vient à l'appui de notre théorie, où nous avons rigoureusement démontré que la *matière* agit, comme *force,* dans toutes les parties de l'espace où elle n'est pas présente et, par conséquent, *en même temps partout;* car autrement on pourrait dire, que la matière existe pour les parties plus rapprochées de l'espace absolu, tandis qu'elle n'existe pas encore pour des espaces plus éloignés : — une contradiction évidente. Cela posé, le temps nécessaire à la gravitation, pour se transmettre d'un corps céleste à un autre, est exactement nul, quelle que soit leur distance mutuelle. Enfin.

I. La gravitation, réciproque aux carrés des distances, est l'unique loi, qui rende possible l'existence de la matière pondérable (v. la fin du §. 36). Nous ne croyons pas, que cette question ait été suscitée auparavant.

Nous nous bornerons à ces neuf arguments, suffisants pour justifier l'application de la Métaphysique à l'étude des phénomènes de la nature. Ainsi, avec un peu de bonne volonté, on peut convenir que la démonstration de la gravitation universelle, *à-priori,* n'est pas superflue pour la science, quand même les lois de Képler meneraient, exactement et sans aucune arppoximation, à une formule aussi précise que l'équ. (44).

Newton s'est occupé, dans ses *Principia*. à examiner différents rapports pour les forces attractives, en fonction de la distance, et il les a résolus, par la synthèse. Il traite, entre autre, de la force attractive des

---

[1]) V. *Astr. phys.* t. 3-e p. 254, où l'on trouvera de plus amples détails sur l'article H

[2]) *Théorie analytique du Système du Monde*, t. III-e, p. 806.

sphères, réciproque aux cubes des distances (T. I. p. 484, prop. 79 théor. 39 cor. 3 et p. 489, ex 2), où il résout le problème, par la quadrature de l'hyperbole.

Le célèbre sectateur de Kant, J. F. Fries [1]) a repris les questions précédentes et développé davantage les commentaires de Le Seur et Jacquier à l'ouvrage de Newton. Il traite ces problèmes, par la méthode analytique en soumettant à l'épreuve les forces attractives qui agissent en raison directe et inverse des différentes puissances de la distance. Il paraît, cependant, qu'il n'a attaché aucune importance à ce genre de recherches, parce que la force, réciproque aux cubes, n'occupe que des pages (470 et 471) dans son ouvrage.

Il est superflu d'ajouter que, de cette manière, ces essais n'ont absolument rien de commun avec les nôtres, si ce n'est le *résultat mathématique*, analogue à celui de nos équ. (11) et (12), pour l'action d'une sphère homogène sur un point matériel. Considéré en lui-même, muet et privé de conclusion, comme chez Fries, ce résultat n'est tout au plus qu'un exemple d'exercice mathématique, pour les étudiants, sans aucune application à la philosophie naturelle. Il doit nécessairement être d'accord avec le nôtre (nonobstant que nos procédés de calcul sont tout-à-fait différents), parce que tel est le caractère général de tous les *résultats mathématiques*. L'excellent ouvrage de Fries n'est tombé dans nos mains que quelques années après que nos recherches analytiques sur la matière déjà terminées, relativement à la force répulsive qui agit en raison inverse des cubes des distances. Il ne pouvait, d'ailleurs, être; d'aucun usage, dans nos investigations, ce dont le lecteur sera complètement convaincu, en jetant un coup d'oeil sur les deux pages de Fries, citées plus haut, les seules où le géomètre philosophe détermine, comme exercice de calcul, la force attractive (elle pourrait être répulsive tout de même) réciproque aux cubes des distances, et ne dit rien de plus. C'est ainsi que l'illustre Poisson examine, également, dans son *Traité* de *Mécanique* (3 e édit. Bruxelles, 1838, p. 137. № 236) le mouvement d'un point matériel soumis à une force attractive qui agirait en raison inverse du cube de la distance, ce qui n'est, comme on voit, qu'un exemple de calcul et un objet de pure curiosité. Outre cela, il est avéré que ni Kant, ni Fries, n'ont convenablement déterminé l'idée de la force et n'ont pas montré dans quel rapport, causal et nécessaire, se trouve la force, à l'égard de la matière,—du solide (p. IV).

---

[1]) Die mathematische Naturphilosophie, Heidelberg, 1822 etc.; page 460 et les suivantes.

Si d'autres Savants, peut-être, ont abordé le même sujet, leurs travaux ne sont pas parvenus à notre connaissance.

Nous nous sommes proposé, dans ce premier mémoire, de répondre un problème: «*qu'est-ce que la matière*»? Nous l'avons analysée, dans ses premiers rudiments, et nous sommes parvenu à en donner une *définition* claire et précise, en tant que la matière est matière, mais pas davantage. Ce n'est donc encore que le *premier pas* dans l'étude de la matière.

Cette étude qui pourrait paraître sèche et aride, aux ames poétiques, devient cependant attrayante et acquiert tout son éclat lorsqu'à mesure de son développement elle vient en contact avec les trois principes du savoir humain, qui sont: le principe divin, le principe moral et le principe naturel. L'étude de la matière, une fois parvenu à ce degré d'extension, maintient l'ame constamment en présence des plus saintes vérités qui se résument en trois mots: la majesté de Dieu, l'immortalité de l'ame, la magnificence de la nature.

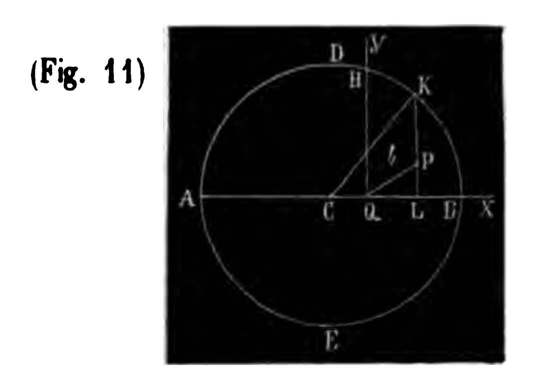
NOTES.

NOTES.

Note première (à la page 26).

Analyse directe, relative à l'équ. (12).

L'équation (12) était très-importante pour le présent mémoire, parce qu'elle fait le fond de la question que j'y traite, je n'ai pas cru superflu de la démontrer par une analyse directe, ce qui servira en même temps comme exercice de calcul à quelques uns de mes jeunes lecteurs. A cet effet, soit

(Fig. 11) 

C le centre d'une sphère et ADBE son intersection avec le plan de la *figure*. Nommons r le rayon de cette sphère matérielle, d'une densité homogène partout, et cherchons la force répulsive totale f qu'elle exerce sur un point Q, pris quelque part dans son intérieur, excepté le centre. Par les points C et Q menons le diamètre AB, prolongé indéfiniment jusqu'à X, et élevons en Q une perpendiculaire QY à la droite AX, qui rencontre la circonférence en H. Du point K, pris arbitrairement sur cette dernière, abaissons une seconde perpendiculaire KL sur AX et prenons sur KL un point quelconque P, dont b soit la distance PQ au point Q. Désignons par a la distance QC de Q à C et soient de plus: QX l'axe des abscisses x, QY celui des ordonnées y et Q l'origine des coordonnées rectangulaires, positives dans l'angle YQX. Cela posé, l'équation du cercle donne, dans cet angle,

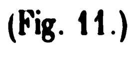
$$r^2 = y^2 + (a+x)^2.$$

d'où

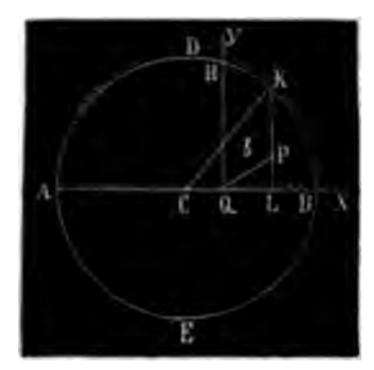
$$x^2 + y^2 = r^2 - a^2 - 2ax; \qquad \ldots\ldots\ldots (51).$$

dans l'angle YQA, on changera x en $-x$ et partant

$$x^2 + y^2 = r^2 - a^2 + 2ax.$$



(Fig. 11.)



Si le demi-cercle ADB tourne une fois autour du diamètre AB, il décrira la surface de la sphère donnée et la droite HQ un disque qui coupera le volume de la sphère en deux segments inégaux, que nous désignerons par QB et QA, pour éviter les circonlocutions. Ce disque servira en même temps de base commune aux deux segments et le point Q sera le centre de cette base. Nommons φ' la force répulsive totale, avec laquelle le segment, QB pousse Q vers C, par une raison de symétrie, et φ'' la force analogue du segment QA, qui sollicite Q vers la surface de la sphère en B, par la même raison, attendu que la densité ω de la sphère est partout homogène. On aura donc

(52) . . . . $f = \varphi' + \varphi''$.

Cette homogénéité permet de prendre la densité ω du point P pour sa masse [1]) et puisqu'il s'agit de l'équ. (12) page 26, soit encore Q le centre de figure d'un élément matériel évanouissant, où une certaine masse μ, infiniment petite, est idéalement concentrée. Comme μ fait partie de la masse totale de la sphère, μ ne diffère pas de ω, d'après ce qui vient d'être dit, et si nous la désignons autrement, ce n'est que pour la mettre en évidence jusqu'à la fin du calcul. L'action répulsive de P sur Q est ainsi

---

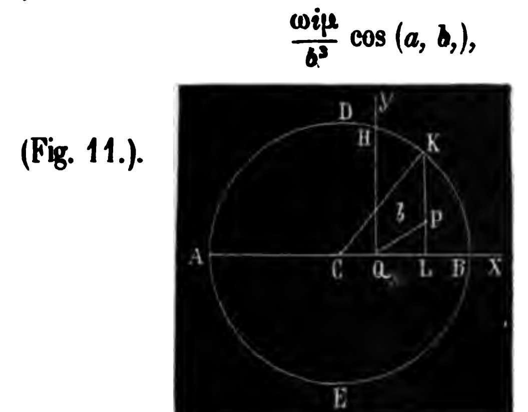
[1]) Cela exige quelques notions plus détaillées sur la signification de la densité: nous devons donc expliquer, préalablement, ce que nous entendons sous la *densité d'un point mathématique*.

$$\frac{\omega i\mu}{b^3},$$

i étant, comme auparavant, l'*intensité absolue* de cette force. Sa composante suivant QX, est

$$\frac{\omega i\mu}{b^3}\cos(a, b_{,}),$$

(Fig. 11.).

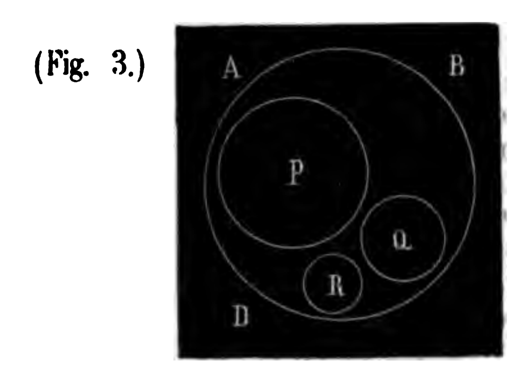


ou qu'on doit prendre l'angle PQC qui est obtus, parce que d'après la règle des signes du §. 13 la force pousse Q vers C. Cela posé, cos $(a, b_{,}) = -\frac{x}{b}$; la composante est donc

$$-\frac{\omega i\mu x}{b^4}.$$

Désignons la variable PL par h: le cercle décrit par le point P sera

(Fig. 3.)



Supposons que la sphère matérielle ABD ait une densité quelconque ω la même partout, et considérons, isolément différentes parties sphériques P, Q, R etc. de cette sphère, de plus en plus petites. On voit que la densité de ces parties (qui généralement peuvent avoir une forme irrégulière, à volonté) est toujours ω, et qu'ici la masse décroît proportionnellement au volume. Lorsque, de cette manière, on sera parvenu à un point mathématique, il n'y a pas de raison pour que la densité de ce point soit encore autre chose que ω; car, qu'est-ce que la

$2\pi h$. Après cela, le disque sans épaisseur, tracé par la révolution de la droite KL autour du point L, pousse le point Q vers C, avec une force égale à

$$-\pi\omega i\mu . \, 2x \int_{o}^{y} \frac{hdh}{(x^2+h^2)}2,$$

à cause de $b^2 = x^2 + h^2$.

Or,

$$\int \frac{hdh}{(x^2+h^2)}2 = -\frac{1}{2\,(x^2+h^2)}$$

et partant

$$-2x \int_{o}^{y} \frac{hdh}{(x^2+h^2)}2 = \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{x}{x^2},$$

ce qui réduit la force du disque, qui sollicite Q vers C, à

$$\pi\omega i\mu \left(\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{x}{x^2}\right),$$

où le facteur entre parenthèses est évidemment négatif, en sorte qu'à l'égard de C cette force a l'apparence d'agir comme une force attractive.

Si l'on multiplie l'expression précédente par dx, on obtient, en intégrant depuis $x = o$ jusqu'à $x = r - a$.

---

densité? Ce n'est rien de réel, ce n'est qu'un rapport mathématique On aura, il est vrai, dans ce cas, la densité égale à $^o/_o$, mais le calcul sait trouver la véritable valeur des fractions de cette espèce. L'expresion $^o/_o$ ne veut pas dire, que cette densité d'un point sans étendue, soit nulle: elle signifie seulement, que c'est un rapport indéterminé, pour quelqu'un, qui ne connait pas sa vraie valeur, qui est ici $\frac{o}{o} = \infty$ De cette manière, il n'y a rien de paradoxal, quand on dit, que p. ex telle masse continue est homogène dans tous les points mathématiques de son volume: c'est parce qu'on suppose toujours, tacitement, un tel point comme centre d'une certaine sphère matérielle, dont le rayon peut être pris moindre que chaque longueur donnée. Voilà la vraie signification d'un *point physique*. C'est une façon de s'exprimer, qui est même très-plausible, puisqu'elle avertit, directement et sans périphrases, qu'il s'agit d'une matière continue; car si le point donné tombait dans l'intérieur d'une partie vide, telle petite qu'elle soit, on ne pourrait plus dire que la densité de ce point mathématique est ∞, attendu qu'elle serait alors réellement égale à zéro comme la densité du vide environnant.

Cela posé, on peut dire également que: si la densité de la sphère entière ABD est infinie et partant homogène, cela veut dire qu'alors elle est également infinie dans chaque point de la sphère.

$$(53) \ldots\ldots \varphi' = \pi\omega i\mu \int_{o}^{r-a} \left(\frac{x}{r^2-a^2-2ax} - \frac{1}{x} \right) dx,$$

d'après l'équ. (51).

Mais

$$(54) \ldots \int \left(\frac{x}{r^2-a^2-2ax} - \frac{1}{x} \right) dx = -\frac{r^2-a^2}{4a^2} \log\left(r^2-a^2-2ax \right)$$
$$+ \frac{r^2-a^2-2ax}{4a^2} - \log x,$$

et par suite

$$(55.) \ldots \varphi' = \pi\omega i\mu \left[-\frac{r^2-a^2}{2a^2} \log (r-a) + \frac{(r-a)^2}{4a^2} - \log (r-a) \right.$$
$$\left. + \frac{r^2-a^2}{4a^2} \log (r^2-a^2 - \frac{r^2-a^2}{4a^2} + \log o \right].$$

Pour obtenir la force répulsive φ'' du segment opposé QA, comme c'est le cas des abscisses négatives, on changera x et dx en $-x$ et $-dx$, dans l'expression (53), après quoi on intégrera dans la même direction que précédemment, *c.-à-d.*, depuis $x = r+a$ jusqu'à $x = o$, ce qui donne

$$\varphi'' = \pi\omega i\mu \int_{r+a}^{o} \left(\frac{x}{r^2-a^2+2ax} - \frac{1}{x} \right) dx.$$

On trouvera facilement la valeur de l'intégrale indéfinie, en changeant a en $-a$ dans l'équ. (54) avec quoi

$$\int \left(\frac{x}{r^2-a^2+2ax} - \frac{1}{x} \right) dx = -\frac{r^2-a^2}{4a^2} \log (r^2-a^2+2ax) + \frac{r^2-a^2+2ax}{4a^2}$$
$$- \log x,$$

et finalement

$$(56) \ldots\ldots \varphi'' = \pi\omega i\mu \left[-\frac{r^2-a^2}{4a^2} \log (r^2-a^2) + \frac{r^2-a^2}{4a^2} - \log o \right.$$
$$\left. + \frac{r^2-a^2}{2a^2} \log (r+a) - \frac{(r+a)^2}{4a^2} + \log (r+a) \right]$$

A l'aide des expressions (52), (55) et (56), où les trois derniers

termes entre parenthèses, dans la valeur de φ', se détruisent [1]) mutuellement avec les trois premiers termes de signes contraires, dans la valeur de φ'', on obtient

$$f = \pi\omega i\mu \left(\frac{a^2+r^2}{2a^2} \log \frac{r+a}{r-a} - \frac{r}{a} \right),$$

ce qu'il s'agissait de démontrer. Comp. à l'équ. (10) et au §. 14.



[1]) C'est ce que je savais d'avance, et ce qui m'a permis d'introduire dans le calcul des expressions telles que log. o.

Note deuxième (à la page 71).

Sur la véritable signification de l'à-priori.

A cette occasion, nous prions le lecteur de ne pas s'y méprendre. Il y a une énorme différence entre le projet chimérique de construire le monde physique actuel *à-priori,* et le désir modeste de rattacher quelques-unes des questions de la Philosophie naturelle, parmi le petit nombre de celles qu'il est donné à l'homme de résoudre à des faits quoique toujours encore empiriques, mais déjà réduits au dernier degré de simplicité, d'unité et, pour ainsi dire, d'abstraction. Ici, un fait donné *à postériori,* mais incomparablement plus simple que les lois de Képler, le fait que «*la matière existe*» avec la condition *sì ne quâ non* de cette existence, suffit pour en déduire tous les phénomènes de la Mécanique céleste. Dans toute autre acception, *l'à priori* tout pur est un mot vide de sens, du moins dans la Philosophie naturelle parce qu'en ne supposant aucune liaison nécessaire entre le monde extérieur et le monde des idées, au moyen des sens, l'intelligence humaine pourrait-elle argumenter d'après les principes du savoir, indépendants des principes naturels par hypothèse, et parvenir nonobstant cela à des résultats exactement conformes à ce qui a réellement lieu dans la nature? Si cela n'arrivait qu'une seule fois, ce serait déjà un effet du hasard vraiment extraordinaire. Ainsi, la science de la nature ne crée pas de matériaux pour la construction de ses théories: elle les puise au dehors. Cette remarque doit s'étendre à tous nos mémoires.

On voit par là, que tout se passe dans la nature conformément aux principes de l'entendement humain, ou plutôt, que cet entendement est modelé d'après les principes naturels. Convaincu de cette grande vérité, nous ne pouvons pas nous refuser le plaisir de citer le passage suivant, très-propre à la confirmer au plus haut degré.

«Le principe de la coexistence des oscillations simples, que l'on doit «à Daniel Bernouilli est un de ces résultats généraux qui plaisent à l'imagination, «par la facilité qu'ils lui donnent, de se représenter les phénomènes et leurs «changements successifs. On le déduit aisément de la théorie analytique des petites

«oscillations d'un système de corps. Ces oscillations dépendent d'équations «différentielles linéaires, dont les intégrales complètes sont la somme des «intégrales particulières. Ainsi, les oscillations simples se superposent les unes «aux autres, pour former le mouvement du système; comme les intégrales particulières «qui les expriment, s'ajoutent ensemble pour former les intégrales complètes. «Il est intéressant de suivre ainsi dans les phénomènes de la nature, les vérités «intellectuelles de l'analyse. Cette correspondance, dans le système du monde «offrira de nombreux exemples, fait l'un des plus grands charmes attachés «aux spéculations mathématiques». *Exposition du système du monde,* par de Laplace; 6-e éd. Bruxelles, 1827, v. la p. 233.

La physique mathématique viendrait encore puissamment à l'appui de cette concordance parfaite entre les principes naturels et intellectuels; mais nous ne pouvons pas nous étendre davantage sur un sujet qui est trop vaste pour ce petit traité.



Note troisième (à la page 62).

Sur la différence entre les atomes et les équivalents chimiques.

Le mot «*poids atomique*» appliqué dans la Chimie aux substances simples, est un mot improprement choisi, vu que le poids atomique absolu ne peut jamais être découvert et, comme poids spécifique, il ne peut servir à rien, étant toujours $p=1$. Après cela, il est à désirer, que les partisans de la théorie atomique évitent soigneusement la méthode erronée de sous-entendre par poids atomiques, les poids des atomes dans les substances simples et qu'ils choisissent une autre expression pour désigner les molécules constituantes d'un corps composé, attendu que le défaut de cette précaution mettra de la confusion dans la théorie expérimentale des équivalents chimiques, qui est et sera toujours vraie et qui doit être considérée, à juste titre, comme l'une des plus belles conceptions de l'esprit humain.

Mais, dira-t-on; «si tous les atomes sont identiquement les mêmes, quant au volume, à la masse, à la densité et aux forces qui leur sont inhérentes, comment se fait-il qu'ils agissent très-différemment les uns sur les autres, comme la Chimie nous l'apprend tous les jours»? A cela nous répondrons que: le volume, la masse, etc., sont des attributs nécessaires, comme les couleurs des corps, par ex., ont l'apparence des propriétés contingentes: les premiers doivent donc convenir, au même degré, à tout ce qui est *matériel*. Aussi, ce caractère est-il le seul qui nous a suffi pour poser les premières bases de notre théorie atomo-dynamique. L'or est matière, le soufre est matière et, partant, sous un point de vue *purement* mathématique, ou métaphysique, l'or et le soufre signifient absolument la même chose, ou, en d'autres termes, expriment la matière. Notre analyse ne veut pas dire qu'un atome d'or, comme substance chimique, soit identique avec un atome de soufre: elle signifie seulement que si l'on pouvait mettre ces deux atomes sur les deux plateaux d'une balance idéale sans frottement, ils se feraient mutuellement équilibre, à cause de $p_{,}=p_{,,}$ (v. le §. 30). Supposez que a soit contenu $2q$ fois dans la longueur l du millimètre (où q est un nombre immense); on ne pourra

pas placer, dans le volume l^3, plus de q^3 atomes d'or, ou de soufre. Mais alors, un millimètre cube d'or et un millimètre cube de soufre auraient le même poids, ce qui cependant n'a pas lieu, dans la nature. Il faut donc nécessairement supposer qu'il entre moins d'atomes de soufre que d'atomes d'or, dans un millimètre cube, et que, par conséquent, les atomes ne se touchent pas, mais sont maintenus à des distances, plus ou moins considérables, dans la constitution intime des corps naturels. Les espaces vides d'or, dans une masse d'or, et les espaces vides de soufre, dans une masse de soufre, sont communément appelés *pores;* on dit, après cela, que le soufre et plus poreux que l'or.

Si la porosité a pour cause les intervalles entre les atomes, ces intervalles, à leur tour, ne peuvent être dûs qu'à des forces répulsives particulières. Mais, comme les pores atomiques sont également invisibles, même avec le secours des plus forts grossissements microscopiques, cela signifie que les intervalles entre les atomes sont excessivement petits et que partant les forces qui les produisent n'agissent qu'à des distances imperceptibles et de là leur vient le nom de *forces moléculaires*.

Prenons, pour fixer, les idées, un millimètre cube, dont chacun des trois côtés l, formant un angle trièdre soit divisé en 99 parties égales: alors, en menant, par tous les points de division, des plans équidistants, parallèles aux faces du cube, on aura 970299 cubes d'égal volume , qui par leur contact, sans intervalles vides, reproduiront exactement le volume l^3 du millimètre cube susmentionné. Dans chaque point d'intersection de trois droites plaçons le centre d'un atome d'une substance simple quelconque, que nous nommerons F. Nous aurions de cette manière un million d'atomes équidistants et nous dirions p. ex. que c'est du fer, si un millimètre cube de fer (pris dans la nature) pesait exactement autant qu'un million d'atomes quelconques, en supposant toute-fois, pour chaque substance simple un poids spécifique différent. Prenons ensuite un sec[illegible] millimètre cube et après avoir divisé chacun de ses côtés en 49 parties [illegible]ales, effectuons une construction identiquement la même qu'auparavant. N[illegible] aurons ainsi, 125000 atomes d'une seconde substance S, [illegible] dans le volume d'un millimètre cube, et cette substance [illegible] ex. le [illegible]a 8 fois moins dense que la première, ce qui est év[illegible], a [illegible], que les atomes d'une substance simple quelconque σ soi[illegible] d[illegible] le volume cubique l^3 du millimètre, précisément c[illegible] n [illegible] l'expliquer et que δ soit la longueur d'une partie [illegible] c[illegible] x fois dans la droite l, c-à-d. qu'on ait $l = x\delta$; x étant n[illegible] en[illegible]. La plus proche distance des centres atomiques est δ: nous [illegible] tard «*rayon dynamique*» (V. la Note VII) et nous supposerons [illegible] la force répulsive moléculaire de σ cesse complètement à cette distance.

Mais l'extrêmité extérieure de δ ne sera pas encore le point d'équilibre stable, parce que la gravitation newtonienne diminuera un peu la distance δ, ce qui fait que tous les atomes se rapprocheront tant soit peu les uns des autres, et par là la densité finale sera un peu augmentée. Pour simplifier la proposition que nous voulons énoncer, nous ferons donc abstraction de la force attractive. Cela posé, $(x+1)^3$ est le nombre des atomes, contenus dans le volume $(l+2\alpha))^3$, ou, ce qui revient au même, dans le volume $x^3\,\delta^3$ (parce que 2α disparaît devant l), et $(x+1)^3 p$ exprime leur masse totale, où p est le poids d'un seul atome. La densité ω, ou le poids spécifique de la substance σ, est après cela

$$\omega = \frac{(x+1)^3}{x^3} \cdot \frac{p}{\delta^3}.$$

Or x est un nombre immense, parce qu'il est $x = \frac{l}{\delta}$ et que les intervalles δ, entre les centres des atomes, sont infiniment petits par rapport à la quantité finie l (quoique, nonobstant cela excessivement grands par rapport au rayon atomique α. [1]) Outre cela comme

$$\frac{(x+1)^3}{x^3} = 1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

cela fait, que les trois fractions s'évanouissent en présence de l'unité, et partant

$$\omega\,\delta^3 = p. \qquad \ldots\ldots\ (33,\ ter).$$

Nous savons déjà, un moyen de l'équ. (33, *bis*), que *les poids atomiques p sont les mêmes pour toutes les substances simples* de la nature (V. la fin du § 30). Ainsi dans l'équ. (33, *ter*), le produit $\omega\delta^3$ est une quantité constante. Si l'on voulait prendre δ pour l'unité de mesure, par rapport à toutes les longueurs analogues δ', δ'', δ''' etc., il faudrait que p exprime le poids spécifique de cette substance, relative à δ. Nous voulons poser $\delta = 1$ pour l'hydrogène, et prendre pour l'unité des densités l'eau distillée à 0°, avec quoi $p = 0,000089$ ....., (bar. 760 mm.). De cette manière

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{0,\ 000089}{(\omega)}}.$$

Soient les poids spécifiques;

$\omega = 0,\ 000089$ ...., pour l'hydrogène,
$\omega' = 0,\ 001432$ ...., pour l'oxygène,
$\omega'' = 2,\ 030$ ...., — le soufre,

---

[1]) Observez bien, que p. ex. un arc de cercle peut être infiniment petit par rapport au diamètre et, nonobstant cela, infiniment grand par rapport à son sinus verse.

$\omega''' = 13,598$ . . . . , — le mercure,
$\omega^{IV} = 21,22$ . . . . , — le platine. [1])

et accentuons aussi les valeurs correspondantes de δ; nous aurons

$\delta = 1,0000$ . . . .
$\delta' = 0,3968$ . . . .
$\delta'' = 0,0353$ . . . .
$\delta''' = 0,0187$ . . . .
$\delta^{IV} = 0,01613$ . . . .

Toutes ces valeurs oscillent dans des limites assez étroites, dont le rapport extrême est de 1 à 62, depuis le platine jusqu'à l'hydrogène inclusivement. Par une circonstance, probablement fortuite (qu'on n'y attache aucune importance) le nombre 62 est celui des corps simples, *bien constatés* il y a dix ans, lorsque j'écrivais ces lignes, pendant la première publication du présent mémoire.

On pourrait aussi prendre à volonté $p=1$, ce qui est même *plus philosophique*. Alors, la distance δ égale à l'unité donnerait $\omega=1$, d'après l'équ. (33, *ter*); cela voudrait dire, que dans ce cas les poids spécifique de l'hydrogène serait pris comme unité de mesure pour les densités. Celui de l'oxygène serait 16 et ainsi de suite, avec quoi les valeurs susmentionnées de δ', δ'', δ''' etc. ne subiraient aucun changement, comme effectivement cela doit être ainsi, en vertu du *principe de l'indépendance de l'absolu*, dont il sera question dans la Note V.

Les chiffres de la table précédente ne sont pas, comme on le voit bien, des valeurs *absolument* exactes de δ, mais ils suffisent à notre but, pour montrer, que l'égalité pondérale des atomes, quelle qu'en soit la substance, n'infirme pas la possibilité d'une grande variété pour les poids spécifiques des masses et ne contrarie en rien la densité infinie des atomes, ou, en d'autres termes, leur *incompressibilité absolue*.

Cela posé, répétons-le encore une fois, les atomes des substances simples ne se touchent pas, mais sont maintenus à des distances stables l'un de l'autre, par des forces moléculaires,—distances excessivement petites par rapport à nos moyens d'investigation, tels que la vue et le toucher, mais nonobstant cela immenses par rapport à la longueur évanouissante des rayons atomiques α. Cette constitution est ce qui s'appelle communément *état physique des corps*, et quel que soit parfait le mélange de deux substances différentes, il est

---

[1]) L'ouvrage que j'avais sous la main, pour copier ces densités, (excepté le platine) a pour titre: *Lehrbuch der Physik und Meteorologie*, von Dr. Joh. Müller, in zwei Bänden, Braunschweig 1858, in-8 (v le prem. vol. p. 14).

toujours possible de les séparer par des forces purement mécaniques et d'obtenir des parcelles de matière quoique très-petites, mais reconnaissables à l'aide d'un fort grossissement, comme appartenant chacune au fragment dont elle faisait partie.

Mais dans *l'état chimique des corps, les choses* se passent tout-autrement. On sait, que p. ex. 1 gramme d'hydrogène se combine avec 8 grammes d'oxygène pour produire 9 grammes d'eau. Ce qui est vrai pour un gramme est généralement vrai pour un poids quelconque, et en prenant des molécules d'eau, de plus en plus petites, on trouvera que chaque molécule est toujours encore de l'eau, avec toutes se propriétés sans exception, de manière que dans ce mode de division mécanique, l'eau se comporte encore exactement comme un corps simple. Cela mène directement à la conclusion, que les molécules d'eau ne se touchent pas, mais sont uniformément distribuées dans un espace donné, à des distances déterminées l'une de l'autre. Ici encore, comme précédemment, cette constitution exprime *l'état physique de l'eau.* Pour que cette division mécanique ne puisse pas aller plus loin, il faut donc prendre 8 poids d'oxygène unis à 1 poids identique d'hydrogène tellement petit, qu'on ne puisse plus en détacher aucune parcelle de matière encore plus petite, par aucun moyen, ou, en d'autres termes, il faut que la molécule d'hydrogène soit exactement ce que nous avons désigné sous le nom *d'atome*, c. à-d. de *corpuscule* de matière *insécable.* Et puisque tous les atomes, quelle qu'en soit la substance, ont le même poids, cela revient à dire, que 8 atomes d'oxygène s'unissent à 1 atome d'hydrogène pour former 9 atomes d'eau. Ces 9 atomes, constituant l'eau, ne peuvent plus être désunis par aucune force mécanique: on les appelle *équivalents chimiques.* Ainsi. 1 est l'équivalent de l'hydrogène, 8 de l'oxygène et 9 celui de l'eau. Ces nombres portent aussi le nom de *nombres proportionnels* [1]), comme donnant les proportions pondérales suivant lesquelles les différentes substances peuvent se combiner.

Après cela, on peut se former une idée nette et précise sur la vraie signification de l'équivalent. *L'équivalent chimique,* d'une substance (p. ex.

---

[1]) Il est à désirer, que les efforts réunis des physiciens et des chimistes soumettent à une étude approfondie les *nombres proportionnels thermiques*, les *lois de l'isomorphisme* et surtout les *équivalents électro-chimiques*. Les recherches de M. M. Dulong et Petit ont mis sur la voie des chaleurs spécifiques; celles de M. Mitscherlich établirent de belles conséquences sur les lois de l'isomorphisme; enfin, les résultats importants obtenus par M. Faraday et par M. Becquerel sur les équivalents électro-chimiques permettent d'espérer qu'on n'est plus loin du terme, où plusieurs grandes questions de la Chimie seront résolues. Il ne reste donc qu'à renoncer à l'usage illicite de confondre les équivalents chimiques avec les poids des atomes, usage qui est un vrai malheur pour la science.

simple) quelconque, exprime le *minimum* du nombre d'atomes qui entrent dans les combinaisons de cette substance. Exemples:

a)	*protoxyde d'hydrogène*	$=1$	*at. d'hydrogène.*	$+1\times8$ *at. d'oxygène.*
	bioxyde d'hydrogène	$=1$	*at. d'hydr.*	$+2\times8$ *at. d'ox.*
b)	*protoxyde d'azote*	$=14$	*at. d'azote.*	$+1\times8$ *at. d'oxygène.*
	bioxyde d'azote	$=14$	*at. d'az.*	$+2\times8$ *at. d'ox.*
	acide azoteux	$=14$	*at. d'az.*	$+3\times8$ *at. d'ox.*
	acide hypoazotique	$=14$	*at. d'az.*	$+4\times8$ *at. d'ox.*
	acide azotique	$=14$	*at. d'az.*	$+5\times8$ *at. d'ox.*
c)	*acide hyposulfureux*	$=16$	*at. de soufre.*	$+1\times8$ *at. d'oxygène.*
	acide sulfureux	$=16$	*at. de souf.*	$+2\times8$ *at. d'ox.*
	acide sulfurique	$=16$	*at. de souf.*	$+3\times8$ *at. d'ox.*

Le nombre 8 est ici, pour l'oxygène, le *minimum* dont il s'agit.

d)	*acide sulfhydrique*	$=1$	*at. d'hydrogène*	$+1\times16$ *at. de souf.*
	bisulfure d'hydrogène	$=1$	*at. d'hydr*	$+2\times16$ *at. de souf.*
e)	*ammoniaque*	$=14$	*at. d'azote*	$+3\times1$ *at. d'hydrogène.*

Pour rendre l'explication plus évidente, nous omettons à dessein l'*acide hyposulfurique.*

Ainsi: les nombres 1, 8, 14 et 16 sont les équivalents de l'hydrogène, de l'oxygène, de l'azote et du soufre [1]).

Poursuivons les conséquences de ce fait plus loin. Si la désunion des éléments chimiques devient impossible, tant qu'on n'a recours qu'aux forces mécaniques, cela veut dire incontestablement, que ces éléments se trouvent dans un état de combinaison la plus intime possible. Or, comme la matière est impénétrable, les atomes ne peuvent pas s'identifier et ne peuvent tout au plus qu'être juxta—posés: cela signifie, que la combinaison la plus intime ne peut pas aller plus loin que jusqu'au contact [2]). Après cela, un équivalent chimique d'un corps composé est un certain nombre d'atomes, homogènes et hétérogènes, placés en contact, suivant des lois déterminées.

---

[1]) Mais voici un exemple du raisonnement de la théorie atomique, telle qu'on l'emploie souvent dans la Chimie: „l'acide azotique est composé d'un atome d'azote et de 5 atomes d'oxygène. Chaque atome d'azote pèse 14 et chaque atome d'oxygène 8 équivalents Or, c'est précisément *l'inverse* de ce qui a réellement lieu dans la nature, où chaque équivalent d'azote pèse 14 et chaque équivalent d'oxygène 8 atomes. J'en suis convaincu et je suis heureux de pouvoir dire, que cette conviction je la dois à l'analyse mathématique.

[2]) Il est possible, qu'elle n'aille même pas si loin, parce qu'on ne peut pas mettre plus de 4 atomes dans un contact mutuel complet et immédiat. C'est une question que nous soumettons à la décision de la chimie.

Mais on ne doit pas oublier, que quoique 8 atomes d'oxygène expriment l'équivalent de ce corps simple, nonobstant cela, s'il n'est pas mis en présence d'un autre corps avec lequel il puisse se combiner chimiquement, il n'est pas strictement nécessaire que ces atomes soient groupés huit à huit, au contact et suivant une forme régulière donnée, sans cependant nier cette possibilité dans les corps susceptibles de *cristalliser*. Toutefois ces groupes, dans le dernier cas, sont encore placés à distance l'un de l'autre, vu l'extrême facilité de réduire les cristaux, par une division mécanique, à des formes de plus en plus petites et toujours semblables, jusqu'à obtenir une poudre presque impalpable et volatile. L'arrangement moléculaire est cause de ce que certains corps existent sous deux ou plusieurs états essentiellement différents par leurs propriétés physiques et chimiques. Le soufre p. ex. donne lieu à deux formes cristallines dissemblables, obtenues par voie de dissolution, ou de fusion (dimorphisme); mais il peut aussi être à l'état visqueux. Le carbone présente au moins trois variétés allotropiques: le diamant (carbone pur cristallisé), le graphite naturel et le charbon de bois.

Les atomes hétérogènes réduits au contact ou au *minimum* de rapprochement possible, par une force chimique *sui generis*, désignée sous le nom *d'affinité*, perdent alors leurs propriétés physiques, prises isolément, pour produire par leur coopération simultanée un composé, où les éléments constituants deviennent tout-à-fait méconnaissables, comme cela a lieu p. ex. dans l'eau, le sel de cuisine, le protoxyde de mercure, le sulfate de cuivre etc. Au moment même où les atomes hétérogènes se désunissent, ils recouvrent leurs propriétés physiques primitives. Voilà donc un argument très-fort en faveur du contact dans les combinaisons chimiques et qui prouve de plus,

---

S'il existait dans la nature un composé intermédiaire entre l'eau commune et l'eau oxygénée, il prendrait le nom de sesquioxyde d'hydrogène et aurait pour formule HO $\frac{3}{2}$. Il serait formé d'un atome d'hydrogène, comme noyau, et de 12 atomes adjacents d'oxygène, qui l'envelopperaient de toutes parts. L'atome central serait, de cette manière, en contact avec tous les atomes environnants et ce contact ne peut pas géométriquement surpasser le nombre 12. Mais comme il y a beaucoup de composés binaires etc., considérablement plus complexes, et comme le contact mutuel immédiat de tous les atomes ne va pas au-delà de 4, cela prouve que le *contact* des atomes dans les composés chimiques (si toutefois il est indispensable) ne peut être que *partiel*. Ainsi, p. ex. une série d'atomes en contact, dont les centres sont, pour plus de simplicité, sur la même droite, se trouvent réellement dans un contact *chimique*, s'ils ne sont, pas homogènes, ce qui est un point de vue favorable à l'électro-chimie (comp au phénomène du choc dans une série de billes élastiques).

que les atomes des corps simples, malgré leur égalité de densité, qui est la même pour tous (infinie), leur identité de dureté (absolue), de forme (sphérique), de masse, de poids et de volume, agissent cependant très-diversement dans leurs groupements moléculaires. Cela provient nécessairement en vertu des forces moléculaires physiques, mathématiquement différentes par leur portée, selon la substance, et peut être plus encore par l'intervention de l'éther et par l'effet des forces chimiques, dûes à l'affinité, à la cristallisation, à l'action catalytique [1]) etc, que la science n'est par encore parvenue à expliquer jusqu'à ce jour. De plus, nous sommes porté à croire, que les lois de *l'isomorphisme* viennent à l'appui de nos idées sur les groupements atomiques, et que le principe des équivalents et des substitutions, ainsi que celui des proportions définies et multiples, s'accorde parfaitement bien avec l'égalité absolue des poids atomiques, ainsi, qu'avec la théorie des atomes insécables.

Quand on dit donc, que l'oxygène étant 16 fois plus dense que l'hydrogène, 16 parties pondérales d'oxygène, s'unissent à deux parties pondérales d'hydrogène pour former l'eau, en supposant qu'un atome d'oxygène pèse 8 fois autant qu'un atome d'hydrogène, on avance un fait qui évidemment n'existe pas dans la nature. Nous disons, au contraire, que, pour la formation de l'eau, un atome d'hydrogène se combine avec 8 atomes d'oxygène, dont chacun pèse exactement autant qu'un atome d'hydrogène, et que ces 9 atomes, dans leur rapprochement le plus intime, donnent un équivalent ou une molécule chimique d'eau, qui pèse 9 fois autant qu'un atome d'hydrogène, ou qu'un atome d'oxygène, à volonté. L'arrangement de ces molécules, différemment espacé et peut être même modifié dans la forme produira toujours de l'eau, mais sous trois aspects différents, tels que l'état solide [1]), liquide

---

[1]) C'est *l'action catalytique* qui offre ces exemples inconcevables, où un corps agit énergiquement sur un autre, sans subir lui-même aucune altération, comme cela a lieu p. ex. dans la *décomposition* du bioxyde d'hydrogène mis en présence avec certains oxydes métalliques, le charbon, l'or, le platine, l'argent très-divisés etc. L'éponge de platine détermine la combinaison de l'hydrogène avec l'oxygène et partant la *recomposition* de l'eau. L'alcool peut être transformé en éther et l'amidon en sucre, par la présence de l'acide sulfurique. Des résultats analogues se rencontrent dans un grand nombre de phénomènes. La force provoquée par catalyse peut être présentée sous une forme voltaïque: elle n'est donc pas une qualité occulte.

[1]) Sous une température considérablement inférieure à 0°, la glace peut être réduite en une poudre sèche, dont les parcelles n'adhèrent pas l'une à l'autre.

et gazeux. La même remarque s'applique aux gaz qu'on est parvenu à liquéfier et même à solidifier.

Conformément à ce qui a été enoncé plus haut, désignons, une fois pour toutes, l'équivalent de l'hydrogène par l'unité et les équivalents de tous les autres corps de la nature, tant simples que composés, par des nombres entiers, ce qui veut dire autrement, que les équivalents de tous les corps simples sont des multiples exacts de l'équivalent de l'hydrogène (sans fractions). Ce dernier résultat porte en lui-même un haut degré de probabilité philosophique et se confirme de plus en plus par des recherches expérimentales. Pour être brief, nous nommerons *molécules élémentaires*, tous les équivalents des corps simples et *molécules chimiques* ceux des composés binaires: nous pouvons nous passer d'une nomenlacture ultérieure, attendu qu'il n'entre pas dans nos vues de discuter en détail les théories chimiques. Cela posé, une molécule élémentaire d'hydrogène n'est autre chose que l'atome d'hydrogène lui-même et ces atomes, sont peut-être espacés à égales distance l'un de l'autre, par l'effet des forces moléculaires, comme dans les deux exemples pour les substances F et S de la page 106, cités plus haut. Ce gaz est à-peu-près 14, 5 fois plus léger que l'air atmosphérique et l'on n'est pas encore parvenu à l'obtenir à l'état liquide, ou solide, sous aucune pression et par aucun moyen frigorifique. Prenons après cela une molécule élémentaire d'oxygène, formée de 8 atomes: tout porte à croire, que sans la présence d'un corps simple oxydable, la distribution des ces atomes est encore analogue à celle du cas précédent. Mais vient-on à combiner les deux gaz, dans le rapport pondéral de 1 à 8, sous l'influence de l'étincelle électrique, on obtient 9 poids semblables d'eau *(protoxyde d'hydrogène)*. Ici, nous sommes tenté de supposer, que chaque molécule chimique d'eau, composée de 9 atomes juxta-posés, est réellement un groupe atomique d'une forme déterminée et que ces groupes [1]) sont maintenus mutuellement à distance. Par suite d'un

---

[1]) Pour l'hydrogène, l'atome et l'équivalent ont une signification identique; pour un corps simple quelconque, l'équivalent est un groupe atomique. Si l'on désigne ce groupe par le nom de *molécule élémentaire*, alors tous les équivalents des corps composés sont *des groupes moléculaires*. Une autorité célèbre vient à l'appui de cette assertion.

„Ma conviction, c'est que les équivalents des chimistes, ceux de Wenzel, de „Mitscherlich, ce que nous appelons *atomes*, ne sont autre chose que des groupes „moléculaires. Si j'en étais le maître j'effacerais le mot *atome* de la science, persuadé „qu'il va plus loin que l'expérience: et jamais en chimie nous ne devons aller plus „loin que l'expérience.

„Les forces de la nature ont des bornes sans doute, mais quand nous sera-

certain degré de froid, ils tendent à se rapprocher et à s'enchevêtrer les uns dans les autres, ce qui donne lieu à une véritable cristallisation, attendu que le phénomène se passe avec lenteur et que par conséquent tous les groupes acquièrent des directions symétriques et régulières [1]).

Au lieu donc de dire p. ex., que les nombres 28, 98 et 16 expriment les poids atomiques du fer, de l'or et du soufre, ou que les *atomes* isolés se combinent en proportions définies et multiples, ou que les rapports pondéraux des corps simples sont ceux de leurs poids atomiques, nous éviterons tout cet embrouillement, en restituant ces propriétés aux *équivalents chimiques*. Malgré le rôle important que l'atome joue dans la Philosophie

---

„t-il permis de dire avec certitude: c'est là que sont les bornes assignées par „une sagesse infinie aux forces de la nature"? *Leçons sur la Philosophie chimique*, de M. Dumas, recueillies par. M. Binau. Paris, 1837, p. 290.

Ainsi, les mots „*atome*" et „*équivalent*" ne doivent jamais être confondus, si ce n'est pour l'hydrogène.

Nous trouvons ailleurs (Leçons, p. 234), que: „la chimie seule n'a pas la „vertu de nous éclairer sur l'existence des atomes. Mais si d'autres considérations „peuvent l'établir, le rapprochement fait par M. Dalton (ici M. Dumas fait allu„sion à l'hypothèse d'atomes se déplaçant mutuellement, qui „*rend parfaitement „compte de la loi des équivalents, tout comme leur insécabilité nous explique claire„ment pourquoi les combinaisons se font suivant les proportions multiples*") acquerra „peut être une grande probabilité, et deviendra capable de servir de point de „départ aux plus sublimes découvertes que l'homme eût osé se promettre dans „l'étude de la nature".

En comparant ces, deux passages, on voit sans peine, que c'est à la démonstration de l'existence des atomes (Dalton ne la prouve pas) que M. Dumas attache toute l'importance dont il s'agit, mais nullement à l'identité présupposée des atomes et des équivalents chimiques, qu'il réfute évidemment.

[1]) La vapeur d'eau cristallise en formes très-nombreuses, bizarres et élégantes, reproduisant les plus belles broderies étoilées. Leur type fondamental est un système composé de 4 axes égaux, dont trois situés dans le même plan se coupent par leur milieu en formant 6 angles égaux, dont chacun est exactement de 60°. Le quatrième axe, perpendiculaire à ce plan, passe par son centre et se trouve partagé en deux parties égales. On a de cette manière, un atome d'hydrogène comme noyau, 6 atomes adjacents d'oxygène, formant son équateur, et deux atomes d'oxygène aux extrémités de l'axe des pôles. Tout cela s'accorde parfaitement avec la composition de l'eau, telle que nous l'entendons.

Pour être visible, il faut que chaque étoile de neige soit un assemblage régulier d'un nombre immense d'atomes d'hydrogène et d'oxygène, combinés dans le rapport pondéral de 1: 8. Ce sont ces étoiles que l'on devrait, à proprement parler, qualifier de groupes moléculaires.

naturelle et notamment dans la théorie mathématique de la matière en général, son emploi dans la théorie chimique de la matière, ne pourra mener à des résultats exacts et désirables, qu'en bannissant complètement de la science la dénomination de «*poids atomique*» inutile dans la Physique générale et nuisible dans la Chimie, parce qu'elle est incompatible avec le sens qu'on voulait lui prêter. Il faut donc s'accorder à considérer les *nombres proportionnels* comme des nombres absolus d'atomes, nécessaires à la substitution. Ainsi p. ex. on dira, en toute rigueur, que 28 atomes de fer, combinés avec 8 atomes d'oxgène, donnent 36 atomes de protoxyde de fer, où le nombre 36 exprime l'équivalent de cette base; ou, que 28 atomes de fer peuvent se remplacer par 32 de zinc, pour transformer le sulfate de fer en sulfate de zinc; ou, que 32 atomes de zinc, mis en présence de l'acide sulfurique étendu d'eau, sont nécessaires pour délivrer un atome d'hydrogène par la décomposition de l'eau Ce peu d'exemple est suffisant pour apprécier, à sa juste valeur, la vraie signification du mot «*poids atomique*» qui n'a rien de commun avec le sens que lui attribuaient, à différentes époques, des chimistes d'ailleurs très-distingués [1]).

Nous savons que $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$ est le plus petit volume qui soit physiquement possible, pour l'existence de la matière pondérable (V. aussi la fin de la Note IV). Les atomes ne peuvent donc aucunement s'identifier, ou se confondre, c.-à-d. coexister dans les mêmes parties de l'espace et leur jonction, la plus intime possible, ne peut pas aller plus loin que jusqu'au contact. Cela

---

[1]) La même confusion d'idées a pénétré dans le quiproquo relatif, aux mots *volume* et *atome*; plusieurs chimistes entraînés par la théorie atomique, ont même hasardé la supposition, que dans les gaz, les atomes sont équidistants et en même nombre pour des volumes égaux. Nous ne nous mêlons pas de théories chimiques, comme de choses étrangères à nos occupations; mais il faut pourtant s'expliquer, parce que l'interprétation d'une loi de la nature exige la précision la plus sévère. Supposons donc, qu'il faille p. ex. démontrer la possibilité quoique d'un seul cas, à l'appui de l'hypothèse citée plus haut. Prenons deux gaz, tels que *l'acide carbonique* et le *protoxyde d'azote*. Leur densité à 0° et sous la pression de 760 millimètres est de 1,529 par rapport à l'air atmosphérique, pris pour unité La formule de l'acide carbonique est CO^2; il est donc composé de 6 atomes de carbone et de 16 atomes d'oxygène, pour 22 atomes d'acide. La formule du *protoxyde d'azote* est Az O, qui est ainsi composé de 14 atomes d'azote et de 8 atomes d'oxygène; pour 22 atomes de protoxyde. Après cela, nous pouvons affirmer en toute rigueur, qu'à volume égal chacun de ces deux gaz contient le même nombre d'atomes et par là toute obscurité disparaît. Quant à l'égalité des distances, c'est une autre question.

posé, il faut bien que la production d'un troisième corps nouveau, par la combinaison de deux autres, où toutes les propriétés physiques et chimiques des parties constituantes disparaissent complètement dans le composé, puisse s'expliquer par la simple juxtaposition des atomes composants, puisque la saine raison défend de l'expliquer autrement. Cette question est trop attrayante, pour nous refuser le plaisir de la ramener au principe des analogies : c'est ce que nous ferons dans nos mémoires suivants.

Supposons, après cela, que le problème ne soit si diffiicile à résoudre, que parce que les corps composants sont considérés comme ne pouvant pas s'identifier les uns avec les autres et voyons si l'hypothèse contraire ne conduit pas, peut-être, à un résultat plus facile à obtenir?—A cette effet, admettons que le rayon atomique α soit divisible à l'infini et que p. ex. 100 atomes de mércure puissent s'identifier avec 16 atomes de soufre, de manière à remplir avec continuité, un volume égal à $\frac{4}{3}\pi$ (4, 88. α)^3, ou, plus exactement 116. $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$, homogène, dans chaque point, sans modifier la densité atomique mitive, qui reste invariable. Nonobstant cela, reconnaissons pour admissible, e le nouveau produit, ainsi obtenu, soit encore le protosulfure de mercure (HgS), composé noir qui serait converti par la sublimation en une substance cristal- l violacée, réduite par la porphyrisation en poudre impalpable, d'un beau r écarlate. Comment se fait-il que la couleur noire soit changée en rouge? c' oblème impossible à résoudre, si les atomes constituants avaient r individualité.

ce n'est pas encore son côté le moins abordable. Une fois que le ait confondu son existence avec celle du soufre, les deux élé- c ts n'en feraient plus qu'un et donneraient lieu à un *corps* Et réel it: pour décomposer ce corps, il faudrait mettre en action ce qui eût plus d'affinité pour le mercure, ou pour le soufre, ces n'en ont mutuellement entre eux. Or, le nouveau , con plus ni mercure ni soufre (ce qui serait possible uni- cas d'un simple attouchement), serait tout-à-fait soustrait p tés résolvantes et ne pourrait former qu'un composé (fois re, mais non ternaire), étant lui-même *indécompo-* Co rendre libre le mercure, ou le soufre, contenu dans le pro- , quand ni l'un ni l'autre n'y existeraient plus individu- il est vrai un nouveau *corps simple* (notre protosulfure l), mais où l'on ne trouverait plus, par aucun moyen, nulle cure, ni de soufre. Ce serait alors la même difficulté (quoique e , celle qui se rencontre aujourd'hui dans la reproduction artifi- des matières organisées. Aucun composé, une fois produit, ne pourrait

plus être décomposé chimiquement, et le nombre des corps simples croitraît tous les jours [1]). Ce serait comme une machine dont on saurait ajuster toutes les pièces, mais qu'on ne pourrait plus démonter,—une espèce de planche d'imprimerie solide *(stéréotypée)*;—supposition paradoxale! Le second cas est applicable à un mécanicien habile peut-être, mais qui ne pourrait plus remettre dans son état primitif une machine, dont il aurait désassemblé les parties: qui ne le pourrait pas faute d'instruments nécessaires, dont l'ensemble est connu sous le nom de soi-disant *force vitale.* La loi des proportions définies et multiples deviendrait complètement inexplicable, aussitôt que le nombre atomique ou absolu aurait quitté les équivalents chimiques, pour faire place au *nombre pondéral* ou relatif.

Voilà donc encore des arguments très-forts, en faveur de l'existence des atomes.



[1]) Puisque sous la dénomination de corps simple on sous-entend toujours un *corps indécomposable*, il est évident que le nombre réel de ces corps, connus ou inconnus mais bien constatés, ne peut ni augmenter, ni diminuer depuis la création. Comme je ne suis pas partisan du système de la dégénérescence, je citerai à cette occasion, par analogie, les paroles mémorables du célèbre Linnée, au sujet des espèces: *„Species tot sunt, quod diversas formas ab initio produxit Infinitum Ens"*.

Note quatrième (à la page 74).

Sur la vraie signification, mathématique et physique, des éléments différentiels.

Nous avons dit, dans la Note II, que l'entendement humain est modelé d'après les principes naturels: ici, nous voyons qu'il n'a pas de prise sur les grandeurs absolues. Cela mène à la conclusion, que *l'absolu* pose une différence essentielle entre la représentation mathématique et physique et que si le monde extérieur se reflète dans l'ame, comme dans un miroir, cette image ne reproduit qu'imparfaitement tout ce qui porte l'empreinte de l'absolu.

Que veut dire p. ex. une ligne plus grande, ou plus petite, que chaque ligne donnée?—arrêtons-nous à la plus petite. Or, une ligne donnée l a deux extrêmités et par conséquent aucune de ses parties n'est la plus petite: et telle petite que soit cette partie, il est toujours possible d'en imaginer une encore moindre. Une ligne moindre que toute ligne donnée est donc *(géométriquement)* quelque chose d'inachevé et partant *d'indéterminé*. Cette dernière dénomination provient du mot «*terme*» (limite): les mots «*limitation*» et «*détermination*» sont synonymes; indéterminé signifie ce qui ne pose aucune limite où la pensée doive s'arrêter.

Mais telle n'est pas la condition d'une réalité objective. Tout ce qui existe physiquement (réellement dans la nature) doit avoir un *mode déterminé d'existence*. Ainsi, quoiqu'il soit possible d'imaginer une ligne plus petite que α (rayon atomique), mais nous devons ajouter la phrase: «*pas plus qu'imaginer*». Une ligne moindre que α n'existe pas *physiquement*, dans la conformation du monde actuel, comme on le verra bientôt. Voilà donc un sujet de controverse très-sérieuse entre les géomètres et les métaphysiciens.

Soient A et B deux points mathématiques superposés: si le point B se déplace infiniment peu, il est évident que ce déplacement, étant initial,

est par cela même le premier pas fait par B pour quitter son état primitif de superposition. Cette proposition est évidente, parce que tout commence par le commencement. Désignons ce déplacement par α. Si, au contraire, le point B, en abandonnant A, se fût déplacé d'une certaine longueur $\alpha' > \alpha$, nous ne dirions plus qu'il a fait le premier pas, parce que le déplacement α étant compris dans le déplacement α', il est de toute nécessité que α soit exécuté avant α' et que partant α' ne soit pas le premier pas. De là résulte, que: *le premier pas* du repos au mouvement, du point à la ligne, du non-être à l'existence *est le plus petit*. Si donc α est effectivement ce premier pas, il en résulte encore, que α est une ligne *physiquement* moindre que toute ligne donnée,—mais une ligne *achevée* et par là complètement déterminée.

Par une marche inverse, prenons une droite arbitraire $AB = l$ et pour la rendre plus petite, désignons par C un point pris quelque part entre les deux extrêmités A et B: on aura $AC < l$. Prenons ensuite un second point quelconque D, dans l'intervalle AC: nous obtiendrons $AD < AC$. En continuant cette opération à l'infini, on sera de plus en plus près du point A, mais le point X (extrêmité opposée à A) ne parviendra jamais au point A, quoique la droite AX deviendra successivement moindre. Comme cas particulier, soit une progression géométrique décroissante

$$(57.) \ldots\ldots \quad \frac{l}{2} + \frac{l}{4} + \frac{l}{8} + \frac{l}{16} + \ldots\ldots$$

dont la somme s, cemme on sait, est généralement

$$(58.) \ldots\ldots \quad s = \frac{a}{1-q} - \frac{aq^m}{1-q},$$

où a désigne le premier terme, m le nombre de termes et q le rapport du décroissement. Dans notre exemple, $a = \frac{l}{2}$ et $q = \frac{1}{2}$. Si le second terme dans la seconde partie de l'équ (58) n'existait pas, on aurait, en toute rigueur.

$$(59) \ldots\ldots \quad s = l.$$

Les géomètres diront donc (et cela est *mathématiquement* vrai), que le nombre m étant infini, la fraction $\frac{aq^m}{1-q}$ s'évanouit et que la valeur de s dans l'équ. (58) se réduit à son premier terme. Mais les métaphysiciens sont plus éxigeants: ils soutiendront (et cela est encore *physiquement* vrai), que le terme $\frac{aq^m}{1-q}$ ne peut jamais devenir nul, parce qu'effectivement il n'existe pas, dans notre conception intellectuelle, de nombre m, auquel on ne puisse

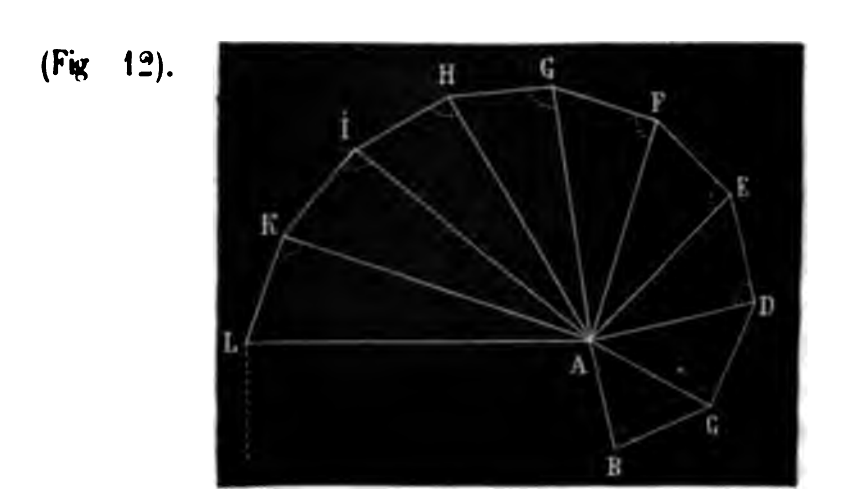
pas ajouter une unité et que partant, à plus forte raison, un tel nombre indéterminé ne peut pas exister dans la nature. La géométrie exige donc une concession de notre principe intellectuel, et celui-ci est obligé de la lui accorder, dans l'impossibilité où il se trouve d'agir autrement. La série (57) est après cela interminable, c'est-à-dire indéterminée. La longueur, l, au contraire, est une ligne qui a une existence objective réelle: elle est ce qui se nomme en mathématiques la limite de s. Les géomètres eux-mêmes ont donc avoué cette *différence métaphysique* entre l et s Or, tout ce qui est *limité* est par cela même complètement *déterminé*, tandis que la longueur s ne peut que se rapprocher de l à l'infini, sans cependant jamais l'atteindre: c'est donc une valeur qui ne peut jamais être achevée et qui par là est indéterminée. Elle ne peut ainsi avoir qu'une réalité subjective, ou, en d'autres termes, elle ne peut exister que dans l'idée. Quand on prend la limite d'une quantité interminable, au lieu de sa valeur mathématique, on suppose par conséquent une identité parfaite entre la réalité physique et sa représentation idéale, ce qui, comme on le voit, est une opération de l'esprit à infiniment peu près conforme à la vérité, mais pas impérieusement exacte, dans l'acception absolue du mot.

Tant que les deux points A et B sont superposés, ils n'en font qu'un. Pour engendrer par le mouvement de B une droite (comme c'est le plus court chemin par hypothèse) il faut que le point B se déplace. Logiquement parlant, tout commence par le commencement et partant si l'on désigne par α *le plus petit déplacement*, physiquement possible, c'est en même temps *le déplacement initial*, ou *le premier pas*, indispensable pour convertir un point en une ligne.

La génération d'une ligne quelconque n'est qu'une répétition incessante de l'élément α en sorte que toutes les lignes, droites et courbes sont *physiquement commensurables* entre elles, comme multiples de α. On a vu, à sa place, que l'atome ne doit pas être construit mentalement par un artifice du calcul, ou dynamique, c'est-à-dire qu'il n'est pas dû à un développement initial, provoqué dans un point sans étendue. Il faut donc l'étudier tout fait, comme quelque chose de donné *à-postériori*. Ici nous dirons la même chose: la trace d'une fusée, ou d'une étoile filante, est certainement dûe au mouvement d'un corps lumineux, mais cette génération des lignes n'est pas exlusive et strictement nécessaire. Nos raisonnements précédents sont également applicables, sans aucune modification, p. ex. à la plus courte distance de deux sphères qui se trouvent en repos, sans se toucher, distance qui à son tour est encore multiple de α, c.-à-d. que si l'on rapproche ces

sphères au point de rendre leur distance mutuelle égale à α, il n'y aura plus de rapprochement ultérieur, *physiquement* possible excepté le contact.

(Fig 12).



Soit donné un triangle rectiligne rectangle ABC, AB=BC=CD=DE etc., et tous les angles ABC, ACD, ADE et ainsi de suite, des angles droits. Prenons AB pour unité: nous aurons $AC=\sqrt{2}$, $AD=\sqrt{3}$, $AE=\sqrt{4}$, $AF=\sqrt{5}$, etc., ou une série de valeurs $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, 3 $\sqrt{10}$ etc. Or pourquoi faut-il que, dans cette spirale brisée, les rayons vecteurs AE, AK etc. soient commensurables entre eux et avec la droite AB, tandis que les hypoténuses intermédiares sont privées de cette propriété? Toutes ces droites ne sont-elles pas obtenues par une même construction? Or, puisqu'elles se sont toutes réalisées *physiquement*, cela veut dire que *physiquement* elles sont toutes commensurables entre elles, comme ayant le même élément générateur α, commun à toutes. Mais les nombres sont des concepts discontinus, qui n'empêchent pas de tomber sur une lacune arithmétique, et cela précisément donne lieu toutes les fois que cela arrivé, à des quantités *mathématiquement* incommensurables entre elles. Ces lacunes, dans l'exemple précédent, sont $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc. On voit par là, que l'incommensurabilité des grandeurs n'est qu'une conception purement intellectuelle, qui n'a pas de représentant dans la nature. La droite $AC=\sqrt{2}$, est la limite de l'expression 1, 41421 . . . . . qui dépend de la fraction

$$\frac{41421\ldots\ldots}{100000\ldots\ldots},$$

où il est *physiquement* impossible d'achever le dénominateur, qui commence par l'unité et finit par un nombre infini de zéros. Toutes les limites ont une réalité objective, une existence physique complètement déterminée, qui se re-

flète dans l'idée sous une forme symbolique, telle que $l\sqrt{2}$, π etc. [1])

La plus simple de toutes les lignes courbes est le cercle; soit AB ce cercle, C son centre et A son point de contact avec la tengente AD. Sup-

(Fig. 13).



posons que le cercle roule sur cette droite et que le point A du cercle vienne encore une fois en coïncidence avec le point D. Le point A aura décrit dans ce mouvement une cycloïde, une courbe plus compliquée que le cercle et nonobstant cela rectifiable, c.-à-d *géométriquement* commensurable avec une ligne droite, parce qu'on sait que la longueur de la cycloïde, depuis A jusqu'à D, est exactement quadruple du diamètre du cercle générateur. Or, $AD = 2\pi r$, en désignant par r le rayon AC de ce cercle, et partant sa circonférence est *physiquement* commensurable avec ce rayon, quoique le calcul ne donne pas pour π une expression exacte en nombres. Cela provient de ce que le nombre est un concept purement intellectuel. Puisque $\pi = 3,14159262\ldots$, on dira encore, comme précédemment, que π est la limite de l'expression interminable $3,14\ldots$: cela mène à la conclusion, que le problème de la quadrature du cercle peut être résolu par une construction géométrique, sans attacher toutefois aucune importance à cette résolution. Ainsi, toutes les lignes, droites et courbes, sont *physiquement* commensurables entre elles. La même proposition vaut aussi pour les masses, parce qu'elles sont toutes multiples de la masse atomique. Et généralement: toutes les quantités absolues de même espèce, sont mutuellement commensurables. On voit par là, que tout nombre réel peut être exactement représenté par une grandeur absolue, tandis que l'opération inverse n'est pas possible dans tous les cas.

Le rayon α de l'atome est donc une ligne *physiquement* moindre que chaque ligne donnée. Puisque α existe, il est indubitable, que *géométriquement* p. ex $\frac{\alpha}{2}$ existe tout de même; mais cette seconde existence implicite n'est qu'un schême, isolément irréalisable dans la nature. Nous pou-

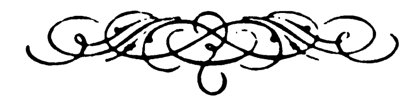
---

[1]) Quelquefois ces limites peuvent s'exprimer par une indication numérique, comme les décimales périodiques le démontrent.

vous imaginer un cône renversé posé verticalement en équilibre sur un plan horizontal,—mais *pas plus qu'imaginer*. Ainsi, α est une *unité absolue*, ou le plus petit étalon dans l'échelle de la création. L'Architecte suprême aurait certainement pu prendre $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\alpha}{3}$, $\frac{\alpha}{x}$ ou 2α, 3α, $x\alpha$, pour rayon atomique; mais alors les dimensions du monde physique actuel seraient modifiées dans le même rapport. Nous ne pouvons donc connaître que $x=1$.

Pour terminer cet article, nous devons observer, que les quantités absolues croissent et décroissent par voie d'addition et de soustraction: une ligne l p. ex. peut être augmentée ou diminuée infiniment peu, en prenant $l+\alpha$, ou $l-\alpha$. Tout se fait donc physiquement par progression arithmétique. Lorsque l diminue par degrés infiniment petits on a successivement $l-\alpha$, $l-2\alpha$, $l-3\alpha$ et ainsi de suite. On parvient de cette manière à $l=\alpha$ et finalement à $\alpha-\alpha=0$. Mais les nombres et les rapports (proportions) résultent du travail de la pensée: ils reposent sur la divisibilité à l'infini, et partant la multiplication et la division, les puissances et les racines, sont des opérations intellectuelles, à l'aide desquelles on ne parviendra jamais, ni à l'infini absolu, ni à une quantité moindre que tout autre quantité donnée. Nous voyons, cette fois, l'intervention de la progression géométrique.

C'est précisément ce désaccord des sens et de l'entendement, qui donne une extension illimitée et une perfection, indéfinie au calcul, quoique, à vrai dire, ce désaccord ne se manifeste que dans les infiniment petits, qui sont hors de toute conception intellectuelle.



Note cinquième (à la page 75).

Sur l'indépendance de l'absolu.

On comprendra aisément, qu'une idée si simple n'a pas pu échapper au coup d'œil vaste et pénétrant d'un des plus grands géomètres de notre siècle. Aussi est-ce avec un sentiment de vraie satisfaction, que nous citons les paroles suivantes de l'illustre Laplace, au sujet de l'attraction réciproque aux carrés de la distance.

«Une de ses propriétés remarquables, est que si les dimensions de tous «les corps de l'univers, leurs distances mutuelles et leurs vitesses venaient à «croître ou à diminuer proportionnellement; ils décriraient des courbes enti-«èrement semblables à celles qu'ils décrivent, en sorte que l'univers réduit «ainsi successivement jusqu'au plus petit espace imaginable, offrirait toujours «les mêmes apparences à ses observateurs. Ces apparences sont par conséquent «indépendantes des dimensions de l'univers, comme en vertu de la loi de pro-«portionnalité de la force à la vitesse, elles sont indépendantes du mouvement «absolu qu'il peut avoir dans l'espace. La simplicité des lois de la nature, «nous permet donc d'observer et de connaître que des rapports». *(Exposition du système du monde.* Bruxelles 1827, p. 513).

Celui qui prendrait toute cette discussion à la lettre, penserait, erronément, que *l'indépendance de l'absolu* est un principe métaphysique, qui ne convient qu'à la loi newtonienne. Mais cela voudrait dire aussi, qu'aucun autre rapport n'est possible aux forces de la nature, ce qui est évidemment faux, comme donnant au rapport réciproque des carrés des distances une extension qu'il n'a pas. Nous avons déduit cette loi, en prenant pour base le rapport inverse des cubes des distances, et si ce dernier rapport ne satisfaisait pas également à l'indépendance de l'absolu, il faudrait admettre l'un des deux: ou 1º) qu'il y'a dans le raisonnement précédent de Laplace quelque argument inexact, pas assez explicite pour se jeter directement aux yeux de tout le monde; ou 2º) que toute notre analyse, relative à l'origine de la gravitation universelle s'écarte de la vérité. Personne certainement ne se permettra de faire la pre-

mière supposition et personne, à ce qu'il nous semble, n'admettra la seconde, car ce serait nier l'évidence. Où faut-il chercher, après cela, la clef de ce paradoxe apparent?

Le problème est très-simple: il faut raisonner, dans chaque cas particulier, conformément aux conditions qui conviennent à ce cas. Pour ne pas chercher trop loin, contentons-nous de l'exemple qui vient d'être cité. Nous avons vu (p. 75) que l'attraction g, à la surface d'une sphère homogène, deviendrait ug, pour une autre échelle u de la création, sans changement de densité, Nous avons obtenu d'une manière analogue, pour toutes les distances, la proportion

$$g: ug = m.\ \Psi\ (a): u^3m.\ \Psi\ (ua).$$

Nommons ξ *(a)* la loi accélératrice de la force répulsive, à la surface d'une sphère matérielle homogène c.-à-d, la force φ (équ. 13, p. 26), qui est.

(13) . . . . . $\varphi = \pi\omega i\mu k.$

La proportion précédente devient ainsi

$$\varphi: u\varphi = m.\ \xi\ (a): u^3m.\ \xi\ (ua).$$

Or nous avons vu (p. 75), que le changement u d'échelle n'influe pas sur les densités ω quelconques et partant la valeur de φ (équ 13), comme indépendante du rayon r, est aussi indépendante de u ce qui donne

$$\varphi = u\varphi,$$

c.-à-d. que les deux premiers termes de la proportion qui suit l'équation (13) sont égaux. Après cela, le 3-e et 4-e terme sont aussi égaux, avec quoi

$$\xi\ (a) = u^3.\ \xi\ (ua),$$

une équation qui ne peut être satisfaite d'aucune autre manière, qu'en posant conformément à notre § 13,

$$\xi\ (a) = \frac{1}{a^3}.$$

Puisque les rapports $\frac{1}{a^3}$ et $\frac{1}{a^3}$ satisfont chacun séparément à la condition exigée par l'indépendance de l'absolu, il en résulte que leur produit $\frac{1}{a^6}$ y satisfait également. Cela posé, le principe dont il s'agit s'applique, sans aucune restriction, à *l'éther* (Note VIII).

En observant des règles analogues, pour chaque cas particulier, on peut se convaincre, que *l'indépendance de l'absolu* est un puissant *moyen d'épreuve*, dans l'investigation des vraies lois de la nature. Chaque loi, qui ne satisfait pas à cette condition, est par cela même physiquement impossible (v. la fin de la Note VII) et comme telle doit être rejetée. Il suffit de se rappeler les lois de la chute des corps. Nous reviendrons sur cet intéressant sujet, dans l'un de nos mémoires suivants.

Note sixième (à la page 80).

Sur l'harmonie, en général [1]).

On a vu jusqu'à-présent, que les notions acquises sur les grandeurs *absolues*, telles que les lignes, les surfaces, les volumes, les masses, les forces etc., sont dûes à la faculté sensitive de l'ame; que les grandeurs *relatives* au contraire, telles que les nombres et les rapports (ou proportions) dérivent de sa faculté intellectuelle.

Disons d'abord quelques mots sur les prétendus cinq sens, dont les trois premiers, nommément ceux du toucher, du goût et de l'odorat, exigent le contact immédiat de la matière avec les organes destinés à la sensation. On pourrait les généraliser sous la dénomination de sens matériels, car le sens de la vue présente déjà un exemple, où les impressions tactuelles immédiates cessent complètement. Ici, ce n'est plus la matière que nous voyons qui agit directement sur le nerf optique: c'est un autre agent, d'une nature différente, qui transmet l'impression des objets physiques à la rétine: c'est l'*éther* qui, comme véhicule de la lumière, établit la liaison du monde extérieur avec le monde des idées. Au moyen du sens de la vue, l'entendement se sépare de l'espace occupé par le corps vivant et pénètre dans les profondeurs illimitées de l'univers matériel Les trois premiers sens nous font connaître les propriétés générales des corps; le sens de la vue perfectionne ces notions, quoique toujours encore offusquées par l'extrême dehors des choses. Mais il nous découvre, outre cela, les positions respectives des corps dans l'espace absolu, c'.-à-d. les rapports mutuels des angles et des distances, ce qui constitue déjà des quantités relatives et isolées de la matière, en sorte que le sens de la vue n'est plus un sens rigoureusement matériel, comme faisant le passage des

---

[1]) Cette Note est un extrait de mon ouvrage, imprimé à Kiew, en 1860, (*en russe*), ayant pour titre *Déductions philosophiques de la vie et des facultés, sensitive, instinctive, perceptive et intellectuelle*, 2 part., dont la première est un résumé des belles découvertes de M. Flourens.

sens matériels aux sens immatériels. Quant à ces derniers, il n'en existe qu'un seul sur la planète que nous habitons, notamment le sens de l'ouïe.

Si le monde physique, réfléchi dans notre être (*microcosme*), était privé du charme ineffable des couleurs, s'il était restreint au clair-obscur, nous n'y verrions pas encore un détriment notable de sa perfection actuelle, c'est-à-dire, que les couleurs des corps naturels *ont l'apparence* des propriétés de la matière plutôt contingentes que nécessaires. Quoi qu'il en soit, ce sont toujours encore des qualités qui rappellent la matière elle-même. Mais lorsqu'on se trouve sous le prestige de l'harmonie musicale, lorsque l'ame plane pour ainsi dire entre le ciel et la terre, dans la région enchantée des sons, lorsqu'elle est à l'apogée de la poésie, bercée par tous les sentiments qui rapprochent l'homme de la divinité, qui lui disent, à cette ame fascinée, qu'*elle n'est pas de ce monde*,—voudra-t-on affirmer qu'on pense dans ce moment aux propriétés matérielles des cordes vibrantes, aux lois mathématiques des mouvements oscillatoires d'un fluide élastique, ou au trouble produit dans l'état moléculaire statique d'un corps pondérable etc ? Celui qui n'aurait jamais entendu le chant du rossignol ne le reconnaîtrait pas à l'aide de l'ouïe et les voyageurs, qui visitent les forêts vierges de l'Amérique, sont souvent étonnés d'entendre le son d'une clochette, dans les endroits les plus déserts, tandis que les aborigènes savent très-bien, que c'est la voix naturelle d'un joli oiseau vert-doré, qui est un couroucou. Ainsi, répétons-le encore une fois, le sens de l'ouïe est un sens rigoureusement immatériel.

L'oreille possède la faculté surprenante de saisir très-facilement les moindres nuances de tout ce qui affecte, plus ou moins, l'organe auditif; le roulement du tonnerre, comme le bourdonnement d'un moucheron, le bruit de la tempête, le cri des animaux, le timbre de la voix humaine, les sons articulés. Les corps solides, liquides et gazeux (excepté ceux qui sont incapables d'exécuter et de propager des oscillations isochrones, envertu de leur constitution interne), peuvent non seulement servir de milieu à la transmission du son, mais d'en être aussi l'origine: cependant c'est l'air atmosphérique qui remplit généralement cette importante fonction. Voilà donc plusieurs points de rapprochement entre les phénomènes de la lumière et ceux des sons: l'atmosphère qui nous enveloppe est ce fluide doré par les feux du soleil, qui sert de régulateur à la distribution des clairs et des ombres à la surface de notre planète, par degrés insensibles: l'éther à son tour, qui est le véhicule des ondulations lumineuses, intervient dans les phénomènes de la propagation du son, par les variations de température qu'il produit dans un fluide élastique. Les ondes sonores, ainsi que les vibrations lumineuses, se ressemblent sous beaucoup

de rapports, avec la différence que les premières, qui sont *longitudinales*, s'effectuent à une distance très-petite du centre d'ébranlement, suivant la direction propre du rayon sonore, ce qui donne lieu à des condensations et dilatations alternatives du fluide propagateur, tandis que les oscillations des éléments éthérés sont au contraire *transversales* et s'exécutent perpendiculairement au rayon lumineux. Enfin, dans l'un et l'autre cas, ce sont toujours des vibrations, dont le *nombre* produit la sensation des sons et des couleurs, cest-à-dire, que ce concept, purement intellectuel, dégénère (rigoureusement parlant) en *perception*: mais comment cela se fait-il?—

La perceptibilité des sons pour l'ouïe dépend des limites de leur gravité et acuité et en même temps de leur intensité: ces limites oscillent à peu-près entre 30 et 12000 vibrations par seconde (nous croyons superflu d'ajouter, que pour donner lieu à un son comparable, ces oscillations doivent être isochrones). En prenant une lame élastique d'acier d'une grande longueur encastrée par l'une de ses extrêmités dans un étau, on pourra compter le nombre de ses vibrations, mais elles ne produiront pas de son. Trente vibrations par seconde sont déjà difficiles à compter, à plus forte raison 12000; or, on sait, que pour la lumière il faut des millions d'oscillations par seconde. Est-ce donc le cerveau proprement dit, qui compte ce nombre prodigieux de vibrations, lui qui est un *organe impassible?* [1]).

Nous laisserons de côté la question sur la persistance de la sensation, qu'il nous suffira d'appuyer par un syllogisme très-simple, savoir, qu'une impression quelconque, telle courte qu'elle soit, doit avoir cependant un commencement et une fin, c'est-à-dire une certaine durée. Or, le nombre des vibrations lumineuses doit produire une série de chocs sur l'organe sensitif: l'image visible d'un objet sur la rétine met cette vérité hors de doute. Mais qu'est-ce qui arrive plus loin? d'après les vues supérieures de M. Flourens, le cerveau proprement dit *perçoit*, mais il ne *sent* pas. Nous disons donc, qu'il est impassible aux impressions dynamiques quelconques, et que partant les vibrations extérieures, une fois parvenues jusqu'au cerveau, ne peuvent plus lui être transmises en qualité de nombres, ou de chocs successifs. Ces nombres doivent donc subir une transformation, opérée par une tendance inconnue de l'ame: une sorte de digestion spirituelle (qu'on

---

[1]) Voir à l'égard de cette impassibilité, l'ouvrage de M. Flourens (*De la vie et de l'intelligence*), où l'auteur analyse, avec un rare talent, toutes les parties de *l'encéphale* et les fonctions correspondantes. V. aussi ses *Recherches expérimentales* sur les propriétés et les fonctions du système nerveux.

nous passe l'expression). Or, puisque nous ne connaissons pas la corrélation mystérieuse du cerveau et de l'ame, nous pouvons rapporter à celle-ci toute la partie intellectuelle de notre être, comme si elle comptait réellement ces oscillations lumineuses, ou sonores, à son insçu, avec la rapidité de la pensée. Cette rapidité, de beaucoup supérieure à ces milliers ou millions de vibrations par seconde, ne doit pas nous étonner, après les ingénieuses conclusions de Lord Brougham [1]) sur les phénomènes des songes.

Lorsque les intervalles de ces vibrations en temps sont excessivement petits,—lorsque les nombres perdent pour ainsi dire leur individualité (*relativité*), se confondent et se réduisent à quelque chose d'*absolu*.—il y a production de couleur, ou de son, dans les domaines de la perception, capable d'influencer les lobes du cerveau, non plus comme une série de chocs, ou de nombres, mais comme une réalite toute faite simultanément, sans la moindre connexion avec les principes du calcul mathématique. Sous ce point de vue, ne serait-il pas en effet étrange de dire, que p. ex. telle couleur jaune se rapporte à telle autre violette, comme le nombre 7 à 10? Il est donc parfaitement vrai de dire, que, pour le cerveau proprement dit, cette réceptivité de couleurs et de sons n'est pas une *sensation* (qui est toujours d'origine dynamique), mais rigoureusement une perception.

La faculté intellectuelle de compter, qui mène au schéma du nombre, ne réside pas dans le cerveau, car dans ce cas les animaux seraient aussi des êtres pensants. Pour elle, les couleurs et les sons n'ont pas d'autre signification que celle des nombres abstraits. Il paraît que la limite approximative de 30 à 12, 000 vibrations sonores n'est pas encore trop étendue pour une oreille très-délicate et bien exercée, qui peut indirectement reproduire ces nombres *à l'unisson*, d'une manière tout-à-fait conforme à l'exemple des boules, cité sur la page 71. Beaucoup d'oiseaux chanteurs apprennent à siffler des airs: cela prouve que l'aptitude à reproduire les nombres, par des sons par exemple, n'est pas basée sur la faculté de compter.

Nous avons dit, à la fin du § 35, page 80, que tout ce qui affecte la partie intellectuelle de notre être, ne varie en rien par le choix d'une échelle, plus ou moins grande, et que, par la même raison, tout ce qui constitue la perfection du monde physique actuel, ne réside que dans ses proportions. Lorsqu'une fois la conscience de ces proportions s'accorde avec les principes immuables du *beau*, du *bon* et du *vrai*, nous les nommerons *harmonies de la nature*. Le grand Képler se laissait tenter par l'harmonie des

---

[1]) *A Discourse of Natural Theology:* London, 1835.

mondes (*Harmonice mundi:* Linz, 1619), mais nous n'irons pas si loin. Nous ne ferons qu'indiquer brièvement, la corrélation de l'harmonie en général avec l'intervention des nombres et des proportions, dans toutes les opérations de la nature. Créé pour *admirer, aimer* et *connaître,* l'esprit scrutateur cherche l'harmonie dans tout ce qui provoque l'admiration. «La vanité qui nous défend de rien admirer nous prive de beaucoup de jouissances» on a eu raison de le dire. Ne voit on pas p. ex. quelque chose de surprenant et de sublime dans les conséquences du fameux théorème de Jacques Bernouilli, où le calcul des probabilités, basé sur l'application des rapports numériques à des questions très-abstraites, y montre l'influence énigmatique du temps, comme un élément tout aussi indispensable que dans les phénomènes de la vie organique? Faut-il se refuser la satisfaction de reconnaître l'harmonie dans la loi des distances planétaires au Soleil, loi qui annonçait une lacune réservée à un corps céleste (78 planétoïdes), circulant dans l'espace compris entre Mars et Jupiter? Peut on rester insensible à l'harmonie des proportions définies et multiples que la Chimie nous révèle, si chaque fleur nous présente les mêmes analogies dans les rapports mutuels entre les nombres des étamines et des pistils! N'est-il pas évident, au plus haut degré, que le principe des accords musicaux n'a rien de conventionnel et d'arbitraire, mais qu'il découle immédiatement des profondeurs mêmes du savoir et des consonnances naturelles de notre organisation humaine, parce que la faculté de saisir et de sentir des rapports harmoniques constitue précisément cette jouissance immatérielle que la musique excite dans l'ame et dont les animaux sont privés? Ces derniers sont, il est vrai, capables de recevoir la perception matérielle des sons, mais il sont insensibles à la partie purement idéale de l'harmonie: tout ce qui implique un nombre, ou un rapport, est l'apanage d'un être spirituel.

Après cette digression, nous entrerons dans quelques légers détails sur la théorie de *l'harmonie,* spécialement *musicale;* nous choisissons cet exemple, comme le plus facile à manier.

Soit donnée pour fixer les idées, une corde métallique assez mince, très-longue et enroulée sur un petit cylindre de bois, comme elle se trouve ordinairement dans le commerce. Le mode de sa confection autorise à admettre, qu'elle a une densité homogène ω et une épaisseur constante dans toute sa longueur, c.-à-d. que chaque section normale à celle-ci a la même surface πr^2 et partant le même rayon r. Prenons ensuite une portion médiocre de la corde, que nous tendrons entre deux points fixes A et B, qui s'appellent *noeuds de vibration,* par une force équivalente à un poids donné p et suffisamment intense pour que la corde métallique AB puisse être considérée, à

extrêmement peu-près, comme une ligne droite, dans cet état d'équilibre. Si on l'écarte tant soit peu de cette position, dans une direction perpendiculaire à AB, et qu'on l'abandonne ensuite à elle-même, elle oscillera de part et d'autre de la droite AB, en exécutant une suite de *vibrations transversales,* de plus en plus petites, quoique toujours isochrones, qui produiront un son d'autant plus fort que l'amplitude des oscillations sera plus grande, mais qui s'affaiblira graduellement et finira par s'éteindre, lorsque la corde sera revenue à son équilibre initial. Cet affaiblissement est dû à la résistance de l'air et à la communication d'une partie du mouvement oscillatoire aux noeuds A et B ce qui diminue peu-à-peu l'amplitude des vibrations (toujours très-petite) et finit par l'annuler, sans influencer sensiblement l'isochronisme. La hauteur du son ne dépend donc que du nombre des vibrations.

Nommons n ce nombre dans une seconde de temps, pour des oscillations entières, c'est-à-dire y compris le départ et le retour, et l la longueur de la corde entre les deux points fixes A et B. Cela posé, le calcul donne la formule

(60) . . . . $n=\frac{1}{2rl}\sqrt{\frac{p}{\pi\omega}}$.

simplifiée en faisant

(61) . . . . $\frac{1}{2r\sqrt{\pi\omega}}=k$

et réduite ainsi à

(62) . . . . $n=\frac{\sqrt{p}}{l}\cdot k$:

pour le moment, cette équation donne tout ce qu'il nous importe de connaître. Le facteur k est généralement variable, en vertu de la densité ω et de l'epaisseur $2r$ de la corde: mais comme nous ne prendrons, pour plus de simplicité, que des cordes détachées constamment du même rouleau, cela fait que dans ce cas la quantité k est une constante. Soient ensuite:

1º) Neuf cordes AB, CD, EF etc. de longueurs différentes, mais également tendues; cela donne encore une valeur constante pour p et si l'on désigne $k\sqrt{p}$ par k', il vient

$$n=\frac{k'}{l}.$$

Faisons les longueurs de ces cordes proportionnelles aux nombres
192, 180, 160, 144, 135, 120, 108, 96, 90,
ou, en divisant par 180 (afin de prendre la longueur de la corde CD pour unité, ce dont la cause deviendra évidente d'elle-même), proportionnelles aux nombres

$$\frac{16}{15},\ 1,\ \frac{8}{9},\ \frac{4}{5},\ \frac{3}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{8}{15},\ \frac{1}{2}.$$

Les nombres des oscillations correspondantes seront donc, d'après la formule précédente, dans le rapport

$$\frac{15}{16},\ 9,\ \frac{1}{8},\ \frac{5}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{15}{8},\ 2.$$

Jusqu'à présent, tout cela paraît être complètement spontané, mais nous verrons bientôt le contraire.

Donnons aux sons, rendus par ces vibrations, les dénominations suivantes:

si_{-1}, ut, ré, mi, fa, sol, la, si, ut_2 [1]).

Avant que d'aller plus loin, il n'est pas superflu de rappeler quelques définitions. Le *ut*, pris arbitrairement pour unité, s'appelle le *son primitif*, ou principal, *ut_2* son octave aiguë, *ut_3* l'octave aiguë de *ut_2* (double octave de *ut*) et ainsi plus loin, avec des indices positifs. Pareillement *si_{-1}* est l'octave grave de *si* etc., avec des indices négatifs. Le nombre relatif de vibrations, correspondantes à l'octave aiguë (supérieure) *ut_2* de *ut*, est 2; le nombre relatif de vibrations correspondantes à l'octave grave (inférieure) *ut_{-1}* de *ut*, est $\frac{1}{2}$; la *tierce majeure* de *ut* s'exprime par $\frac{5}{4}$, sa *quarte* par $\frac{4}{3}$, sa *quinte* par $\frac{3}{2}$, sa *tierce mineure* par $\frac{6}{5} = \frac{sol}{mi}$. Les sept notes *ut, ré, mi, fa, sol, la, si*, forment la *gamme naturelle* qui se reproduit plus haut et plus bas, par périodes de sept notes [2]): toutes ces périodes, prises ensemble portent le nom *d'échelle musicale*. Cette échelle, pour le piano, s'étend jusqu'à environ 7 octaves, mais généralement elle devrait commencer et finir par les deux limites, supérieure et inférieure, des sons perceptibles à l'ouïe.

---

[1]) On croit que ces dénominations sont dûes à un moine catholique. Ce sont les premières syllabes de la phrase „*ut re*pellam *mi*sera *fa*ta *sol*licitos que *la*bores" comme pour exprimer la consolation que la musique apporte dans le malheur et les travaux.

[2]) Une voix intérieure avertit, que l'harmonie des couleurs doit exister tout aussi bien que celle des sons, parce que dans les deux cas on aboutit à un résultat, basé sur les nombres des vibrations. Cela a fait comparer les sept couleurs prismatiques du spectre aux sept notes de la gamme musicale et y trouver une analogie de rapports. Mais, comme l'octave aiguë pour la lumière passe dans l'électricité et l'octave grave dans le calorique, cela complique le problème et ne nous permet plus de nous étendre davantage sur ce sujet, pour le moment.

La différence des sensations produites sur l'organe auditif par deux sons quelconques, s'appelle *intervalle musical,* quoiqu'elle dépende uniquement du rapport entre les nombres des vibrations correspondantes, mais nullement de ces nombres absolus eux-mêmes et encore moins de la différence entre ces nombres. On a de cette manière le tableau suivant

$$\frac{ré}{ut},\ \frac{mi}{ré},\ \frac{fa}{mi},\ \frac{sol}{fa},\ \frac{la}{sol},\ \frac{si}{la},\ \frac{ut_2}{si},$$

ou

$$\frac{9}{8},\ \frac{10}{9},\ \frac{16}{15},\ \frac{9}{8},\ \frac{10}{9},\ \frac{9}{8},\ \frac{16}{15},$$

avec trois intervalles inégaux, qui sont

$$\frac{9}{8},\ \frac{10}{9}\ \text{et}\ \frac{16}{15},$$

notamment le *ton majeur,* le *ton mineur* et le *semi-ton majeur.*
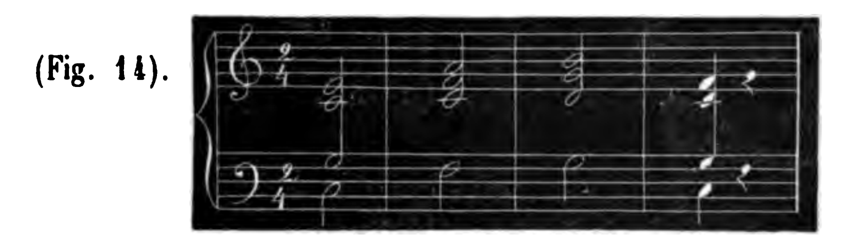
On est convenu de désigner sous le nom *d'accord parfait* trois sons simultanés, dont les nombres de vibrations soient dans le rapport simple des nombres 4, 5 et 6, comme p. ex. les notes *ut, mi* et *sol.* On dit qu'un accord jouissant de cette propriété produit sur l'ame la sensation la plus agréable. Or, nous ne sommes pas de cet avis. Nous adhérons à l'opinion de ceux qui simplifient ce rapport, en renversant l'accord susdit, c.-à-d. en transposant la note supérieure dans l'octave grave. On obtient de cette manière un véritable accord parfait, p. ex, sol_{-1} + *ut* + *mi,* où les nombres d'oscillations sont dans le rapport des nombres 3, 4 et 5. Dans notre exemple, le son *ut,* qui est le plus grave de la période primitive, étant pris pour unité de comparaison, l'accord précédent sera l'accord principal du ton *ut majeur:* la note fondamentale *ut* de ce ton s'appelle *la tonique.* Ainsi répétons-le encore une fois: la sensation des accords ne dépend ni des nombres absolus des oscillations, ni de la différence entre ces nombres, mais exclusivement de leur rapport.

Écrivons trois accords parfaits, renversés comme il suit:

$$\begin{array}{l} sol_{-1} + ut + mi \\ ut + fa + la \\ ré + sol + si, \end{array}$$

où il est facile de s'assurer que le rapport 3: 4: 5 existe dans chaque ligne. Sur nous du moins, ces accords produisent la sensation la plus agréable, surtout si l'on prend dans la basse les notes moyennes ut_{-1}, fa_{-1},

sol—1, comme on le voit sur la *figure*. Outre cela, nous y trouvons toutes les sept notes de la période primitive, qui

(Fig. 14). 

constituent la gamme naturelle, ce qui n'a plus lieu pour les soi-disant accords parfaits qui donnent le rapport 4: 5: 6, comme on le voit par ce qui suit:

fa—1 + *la*—1 + *ut*
ut + *mi* + *sol*
sol + *si* + *ré*2.

2º) Soient donnés p. ex. trois fils métalliques, cylindriques, d'une densité homogène et d'une épaisseur égale sur toute leur longueur, c'est-à-dire pris du même rouleau, suspendus verticalement à des points fixes et tendus à leur extrêmités libres par des poids p', p'' et p'''. Nous prendrons la même longueur l pour tous ces fils. Après cela, écartons très-peu chacun d'eux de sa position d'équilibre, en le frottant transversalement avec un archet: chacun rendra un son différent et désignons par n', n'' et n''' les nombres relatifs des vibrations correspondantes. Pour le cas actuel, l est une constante et l'équ. (62) donne la proportion

(63) . . . . $n'^2 : n''^2 : n'''^2 = p' : p'' : p'''$:.

On voit donc, que la *hauteur* du son, dûe aux nombres des vibrations peut être modifiée de deux manières: ou 1º) en prenant des fils également tendus, mais de longueurs différentes, entre les noeuds de vibration; ou 2º) en prenant des fils d'égale longueur, mais inégalement tendus par des poids différents. Le premier cas donne *à-postériori*, pour l'accord parfait, la proportion

(64) . . . . $n' : n'' : n''' = 3 : 4 : 5$,

basée sur la nature même de notre organisation spirituelle, c'est-à-dire sur ce germe poétique qui est enraciné dans l'ame. Le second cas donne la proportion (63).

Pour découvrir les valeurs de p', p'' et p''', nous devons faire observer, que le principe intellectuel de notre être doit être nécessairement identique avec celui qui régit toutes les lois du monde matériel extérieur, ou autrement dit, conforme à cette extrême simplicité qui règle toutes les opérations de la natu-

re. Le principe de la moindre action est déjà à lui seul suffisant pour venir à l'appui de notre assertion. Il s'agit donc de déterminer; quel est le rapport le plus naturel et le plus simple entre les trois forces parallèles p', p'' et p'''?

Supposons qu'on ait $p' < p'' < p'''$. Le cas le plus simple est certainement celui de l'équilibre, comme unique dans son genre, exprimé par $p'+p''-p'''=0$, où p''' est la résultante des deux autres forces p' et p''.

On a de cette manière,

$$p' + p'' = p''',$$

ce qui étant substitué dans l'équ. (62), donne

$$n'^2 = p' . \frac{k^2}{l^2}$$

$$n''^2 = p'' \frac{k^2}{l^2} .$$

$$n'''^2 = p''' . \frac{k^2}{l^2} ,$$

$$n'^2 + n''^2 = (p' + p'') \frac{k^2}{l^2}$$

et partant

(65) . . . . $n'^2 + n''^2 = n'''^2$.

Si sur une droite quelconque, prise pour diamètre et pour expression du nombre n''', on trace un demi-cercle, alors toutes les cordes tirées de ses extrêmités, jusqu'à leur rencontre mutuelle sur la circonférence, satisferont à la condition exigée par l'équ. (65), et seront aussi toutes *physiquement* commensurables entre elles et le diamètre (V. la Note IV). Or, *mathématiquement*, cela n'aura pas toujours lieu. Les quantités n', n'' et n''' sont des nombres, ou des *grandeurs relatives*, et par conséquent le problème ne peut être résolu que par un procédé numérique. Cela posé, puisque ces quantités expriment les nombres des vibrations, ou la *hauteur* des sons, il faut évidemment que ces nombres soient commensurables entre eux, parce qu'autrement les sons ne pourraient pas être comparés les uns aux autres. Si l'on prend la plus longue des deux cordes du cercle (exprimée en nombres) pour unité p. ex. $n''=\frac{4}{4}$, et qu'on pose ensuite $n'=\frac{3}{4}$ et $n'''=\frac{5}{4}$, on aura trois valeurs numériques, qui satisferont à la fois à l'équ. (65) et à la condition de la *commensurabilité mathématique:* outre cela, les seules qui soient susceptibles de remplir, le plus simplement, cette dernière condition. Les notes correspondantes à ces trois valeurs sont d'abord *sol*$_{-1}$, *ut* et *mi*, dont la résonnance simultanée produit un accord parfait du ton *ut majeur*.

Tel est le principe si simple et si naturel de *l'harmonie musicale.*

Les *harmonies de la nature* découlent d'un principe analogue, mais qui n'a plus la même évidence, parce qu'on cherche toujours de la musique dans l'harmonie, au lieu de suivre la voie inverse. Cependant, ce sont toujours encore des proportions d'une grande simplicité et des résultats qui plaisent à l'esprit. Ainsi p. ex. les nombres 3, 4 et 5 sont très-remarquables dans la théorie générale de la matière, comme pour dire que l'harmonie a présidé à la création du monde. Si dans l'équ. (40), p. 66, on pose $n = -4$, le dénominateur disparaît; pour $n = -3$, ou $n = -5$, il se réduit à zéro et explique l'origine de la matière pondérable et de l'éther (v. la Note VIII). La valeur de $n = -4$ n'implique rien d'autre qu'un changement de signe au dénominateur, dans le passage de -0 à $+0$, parce que la matière pondérable est idio-attractive, tandis que l'éther est idio-répulsif. Cela sera analysé à sa place.

Notre but, dans cette discussion, se contente d'exposer le rôle important, que les nombres et les rapports jouent dans l'étude philosophique des lois de la nature.



Note septième (à la page 91).

Hypothèse sur les forces moléculaires physiques [1]).

Les lois de la nature sont de deux espèces: les *lois générales* (nécessaires), ou purement mathématiques et les *lois individuelles* (arbitraires), influencées par l'intervention des constantes, qui doivent être déterminées par l'observation, ou par l'expérience: ces dernières n'admettent aucune investigation, philosophique *à-priori* et n'indiquent aucune apparence de nécessité. Rien n'éclaire la pensée dans cette voie obscure, où le *pourquoi* réside uniquement dans la volonté suprême du *Créateur*. C'est parce que les *constantes arbitraires* donnent dans *l'absolu*: c'est par elles que la nature reçoit un mode déterminé d'existence: sans elles la nature serait réduite à un schême, à un monde idéal (v. le § 35). Pour la pensée, il n'y a ni or, ni soufre: il n'y a que la matière; mais objectivement, l'un et l'autre existent. L'or est matière, le soufre est matière, et comme tels ils doivent participer, au même degré, des *propriétés générales* des corps. Aussi avons-nous vu, que leurs atomes ont la même constitution physique savoir: la même forme sphérique, les mêmes dimensions, la même densité infinie, la même masse et partant le même poids atomique. Et cependant, l'or n'est pas du soufre, le soufre n'est pas de l'or: ils doivent donc différer par leurs *propriétés individuelles*. Nous savons, que l'or et le soufre pris en molécules perceptibles à nos sens, présentent des qualités essentiellement dissemblables et que les substances simples offrent des apparences déjà très-variées, rien que sous le rapport de leurs *poids spécifiques*. Cela nous a conduit à reconnaître, que les atomes pondérables ne se touchent pas, mais qu'ils sont maintenus à distance les uns des autres, par l'effet des *forces moléculaires physiques*. On leur donne ce nom, parce

---

[1]) D'après notre manière de voir, elles n'ont rien de commun avec les phénomènes relatifs à la capillarité; on ne doit pas les confondre non plus avec les affinités chimiques.

que les pores atomiques sont également invisibles, même avec le secours des plus forts grossissements microscopiques, lors même que les distances moléculaires seraient immenses, relativement aux dimensions infiniment petites de l'atome. L'éther en repos ne peut pas empêcher le contact des atomes pondérables, quelle que soit sa densité (supposée toujours moindre que celle de l'atome), et cela en vertu de sa mobilité excessive. Enfin, tout ce qui vient d'être dit prouve, que les *forces moléculaires physiques* sont nécessairement répulsives.

L'atome pondérable, étant déjà une fois doué de la force répulsive intérieure f (équ. 12), qui fait son essence, n'a plus besoin d'aucune autre force répulsive supplémentaire, qui aurait altéré sa constitution atomique. Ainsi, la force moléculaire ne peut pas exister dans l'intérieur d'un atome pondérable, depuis son centre jusqu'à sa surface, ce qui évidemment est encore vrai à la surface même, où la force moléculaire est égale à zéro. Cela posé, cette force ne peut s'étendre que depuis la surface à l'extérieur et puisqu'elle est déjà nulle à son origine, cela fait, qu'elle ne peut être qu'une certaine fonction croissante de la distance. Maintenant, quelques-uns de nos lecteurs ne manqueront pas d'affirmer, que la supposition d'une force qui croîtrait avec les distances est absurde: à cette objection gratuite nous répondrons hardiment que non. D'abord, dans l'intérieur d'un atome, la force répulsive croît de zéro à l'infini, depuis le centre jusqu'à la surface. Si ce cas est réalisable dans l'intérieur de la matière, un cas analogue doit l'être aussi à l'extérieur, parce que nous savons déjà, que la matière agit comme force partout *où elle n'est pas*, c.-à-d. partout où elle n'est pas présente comme matière. Par conséquent, l'action au contact n'étant pas plus concevable que l'action à une distance infinie du centre actif, il en résulte certainement, que la distance n'entre pour rien dans la possibilité, ou l'impossibilité, d'une force. Ensuite, nous verrons dans l'un des mémoires suivants, que *les forces parallèles sont constantes*, ne s'affaiblissant à aucune distance, et qu'une force constante irait même toujours en croissant avec la distance, pour un élément matériel à trois dimensions, par la diminution de l'obliquité des composantes, ce qui se comprend d'ailleurs sans calcul.

Mais, pour dissiper tous les doutes à cet égard, une autorité célèbre viendra à l'appui de notre proposition. En décrivant les phénomènes du son, produit par une explosion faite dans une masse sphérique d'air, M. Biot ajoute (*Traité de physique* expérimentale et mathématique. Paris, in 8° 1806, t. II p. 7), que le son paraît d'autant plus faible qu'on est plus éloigné du lieu où il s'est produit. «Mais (dit-il) si la masse d'air, dans laquelle le

«mouvement se propage, était cylindrique, on ne voit pas que la force du «son dût s'affaiblir avec la distance, si ce n'est peut-être par le frottement «de l'air contre les parois des tuyaux. C'est aussi ce que j'ai éprouvé par «expérience, dans les tuyaux des acqueducs de Paris, sur une colonne d'air «cylindrique de 951 mètres de longueur. La voix la plus basse était enten- «due à cette distance de manière à distinguer parfaitement les paroles, et à établir une conversation suivie. Je voulus déterminer le ton auquel la voix «cessait d'être sensible, je ne pus y parvenir. Les mots dits aussi bas que «quand on parle à l'oreille, étaient reçus et appréciés; de sorte que pour «ne pas s'entendre, il n'y aurait eu absolument qu'un moyen, celui de ne «pas parler du tout » Nous pourrions citer beaucoup d'exemples analogues dans les phénomènes de la lumière, de l'électricité, du mouvement (dans les armes à feu), de la propagation des vibrations longitudinales dans une barre cylindrique, ou prismatique, etc.

Ainsi donc, plus de doute: la force répulsive moléculaire commence à la surface de l'atome, où elle est nulle, et va en croissant extérieurement dans la direction des rayons. Mais alors, ces atomes manifesteraient une tendance d'autant plus grande à s'éloigner mutuellement, qu'ils seraient plus distants les uns des autres, en sorte que les groupements atomiques et moléculaires deviendraient impossibles. C'est parce qu'on arriverait nécessairement à une certaine limite L, où la force répulsive, toujours croissante, deviendrait égale à la gravitation et

(Fig. 15.)



la surpasserait après cela de plus en plus, en augmentant la distance l qui est $>$ CL; C est le centre de l'atome et B (pris sur la droite CBAL) un point de sa surface. Dans le point L, on aurait un ***équilibre non stable***, vu qu'un déplacement quelconque, tel petit qu'il soit amenerait un point matériel μ, situé en L, soit vers A, soit en sens contraire, comme les flèches l'indiquent. Il faut donc, qu'à une certaine distance, excessivement ***grande*** par rapport au rayon atomique CB, quoique ***imperceptible***, se trouve un certain point M, où la force moléculaire atteigne son ***maximum***, après quoi elle aille en décroissant, (depuis M jusqu'à un certain point A, demeurant toujours encore répulsive) et finisse par s'anéantir totalement dans le

point A. Cette dernière condition est rigoureusement indispensable, parce toute loi de la nature, pour exister réellement, doit être complètement déterminée et la force, destinée à maintenir les atomes à des distances fixes les uns des autres, est nécessairement dans ce cas. On ne peut donc pas exprimer la force moléculaire, celle que nous discutons, par une fonction ζ (a) de la distance a, qui décroît avec une extrême rapidité, comme p. ex. $\zeta(a) = \frac{\mathfrak{A}}{e^{\frac{a}{\varepsilon}}}$, où e est la base des logarithmes népériens, a la distance mutuelle des centres actifs, ε une longueur *finie* quoique imperceptible, et $\mathfrak{A}$ l'intensité de la force quand a est une quantité *infiniment petite*, ce qui donne $e^0 = 1$. Lorsque a acquiert une valeur appréciable à nos sens et par conséquent, extrêmement grande par rapport à ε, la fonction ζ (a) devient presque nulle. Je ne m'arrêterai pas à approfondir tout ce qu'il y aurait d'illicite dans l'application de la formule précédente au sujet qui nous occupe.

Après cela, nous nommerons chaque distance, telle que CA, *rayon dynamique* de l'atome pondérable et nous la désignerons par δ: on aura donc autant de valeurs excessivement petites et différentes pour δ, p. ex. δ', δ'', δ''' etc., qu'il y a de substances simples dans toute la nature [1]. Il en résulte, que δ est une longueur *variable* d'une substance simple à une autre, mais *constante* pour la même snbstance. Telle est, selon nous, la cause mathématique la plus plausible, qui pose la différence principale entre les substances élémentaires

Tout cela montre clairement, que la force répulsive moléculaire doit être une *force permanente* rigoureusement *limitée*. Elle est donc une certaine *fonction* limitée de la distance variable a, prise entre le centre C de l'atome et un point mathématique μ, dans lequel une masse évanouissante donnée μ est supposée concentrée. Il importe de découvrir la forme présumable de cette *fonction*.

La première hypothèse qui se présente sans effort et pour ainsi dire d'elle-même, est celle-ci. La *parabole* implique l'essence de la matière, parce qu'elle établit la différence entre l'existence de la *matière pondérable* et de la *matière éthérée* (Note VIII) *L'hyperbole*, combinée avec la parabole, représente graphiquement la loi de la *gravitation universelle* (§ 36). L'une et l'autre sont des *courbes illimitées*, attendu que la matière, ou l'impénétrabilité, est dûe à une *force répulsive* capable de développer la matière à l'infini (équ.

---

[1]) Les rayons dynamiques relatifs peuvent être facilement déterminés, au moyen des poids spécifiques, comme on l'a déjà vu dans la Note III, équ. 33 *ter*.

25). La *force attractive* s'étend jusqu'aux limites les plus reculées de la création.

La *force moléculaire physique,* étant limitée, indique le tracé d'une *courbe limitée* également et, par une transition aussi simple que naturelle, fait allusion à *l'ellipse.* Toutes ces considérations sont certainement plutôt métaphysiques que physiques, mais nous voulons résolument continuer ce chemin peu fréquenté, quand même il nous conduirait à des oasis illusoires.

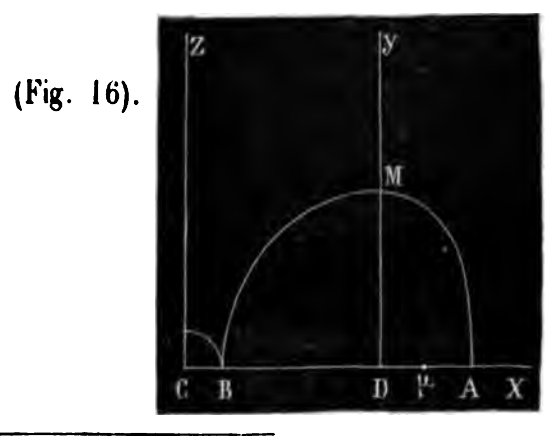
En effet, soient x les abscisses, y les ordonnées rectangulaires, l'origine des coordonnées étant au sommet des courbes, p et a généralement le paramètre (double ordonnée orthogonale passant par le foyer) et le demi-grand axe, on aura l'équation connue:

$$y^2 = px - \frac{p}{2a}x^2,$$

qui représente chacune des trois sections coniques, notamment une ellipse, une parabole, ou une hyperbole, selon qu'on a pour a une quantité positive, infinie, ou négative. Ainsi, l'ellipse se convertit en hyperbole, et réciproquement, en passant par la parabole et partant l'hyperbole et l'ellipse ne sont qu'une seule et même courbe, qui implique un changement de signe, en passant par l'infini. Puisque la nature ne produit rien d'incomplet et d'imparfait, vu que ses imperfections quelquefois apparentes *(anomalies)* n'expriment que l'imperfection de notre intelligence, il en résulte que l'ellipse doit participer des *lois individuelles,* inhérentes à la matière, comme l'hyperbole intervient dans les *lois générales* [1]).

Nommons *dynamosphère* l'espace vide compris entre les deux surfaces sphériques et concentriques $4\,\pi\alpha^2$ et $4\,\pi\delta^2$. Soit CBDAX une droite passant par le centre C de

(Fig. 16).



[1]) Voilà p. ex. une conclusion purement métaphysique, mais qui doit encore se conformer aux exigences de l'analyse. Autrement, une telle conclusion serait sans valeur.

l'atome; DY et CZ deux droites perpendiculaires à CX. La distance Cμ, du point matériel μ, au centre, est égale à l'abscisse a; CX et CZ sont les axes des coordonnées rectangulaires. Soient de plus, α le *rayon atomique* pour toutes les substances, et δ le *rayon dynamique* pour une substance donnée. D'après ce qu'on a dit jusqu'à présent, toute l'action de la force moléculaire est confinée dans l'espace englobé par le volume de la dynamosphère. Les deux rayons α et δ sont représentés par les droites CB et CA, où se trouve dans l'intervalle AB un certain point D, qui correspond au *maximum* de l'ordonnée MD, de la courbe BMA destinée à exprimer par une équation la force répulsive moléculaire. Puisque cette force est nulle aux points A et B, il est évident que D doit être aussi éloigné que possible de ces deux points. Cela posé, il faut que le produit des parties DA$\times$DB soit un *maximum*, pour que le point D corresponde au *maximum* de la force.

Désignons généralement par w l'une de ces deux parties, qui peut avoir toutes les valeurs comprises dans l'intervalle AB$=\delta-\alpha$; l'autre partie sera $\delta-\alpha-w$. Le produit $W=w\,(\delta-\alpha-w)$, dont on demande le *maximum*, donne

$$\frac{dW}{dw}=\delta-\alpha-2w,$$

ensuite

$$\frac{d^2W}{dw^2}=-2;$$

le signe montre qu'il y a réellement un *maximum*. Pour le trouver, égalons $\frac{dW}{dw}$ à zéro et désignons par w' ce que devient w dans le cas du *maximum*; nous obtiendrons

$$w'=\frac{\delta-\alpha}{2},$$

ce qui prouve, que le point D se trouve sur le milieu de la droite AB et détermine ainsi le *maximum* de la force, exprimé par l'ordonnée MD. Nous devons, après cela, rectifier la figure 16 dans ce qu'elle a d'incorrect. (Fig. 16. bis.)

Si donc

$$w'=\pm\sqrt{(\delta-a)(a-\alpha)},$$

cela veut dire, que le produit sous le radical est un *maximum*. En effet, la somme des deux quantités entre parenthèses est $\delta-\alpha$; partagée en deux parties égales, elle correspond au produit

$$(\delta-a)\,(a-\alpha)=\frac{\delta-\alpha}{2}\cdot\frac{\delta-\alpha}{2}=w'^2$$

(Fig. 16. bis.)



Si l'on représente généralement par y une ordonnée quelconque de la courbe BMA, et par v' l'ordonnée *maximum* MD, on aura

(66) . . . . . $y = v' . \frac{1}{w'} \sqrt{(\delta - a)(a - \alpha)}$, où a est généralement l'abscisse qui correspond à l'ordonnée y. Quand le produit du radical par la fraction $\frac{1}{w'}$ se réduit à l'unité, ce cas correspond au *maximum* de la force et donne $y = v'$; nous ne mettons pas de double signe devant le radical, parce que la force est répulsive (§ 13). Lorsque $a = \delta$, ou $a = \alpha$, on obtient $y = o$. Mais comme le produit $(\delta - a)(a - \alpha)$ peut avoir toutes les valeurs comprises depuis o jusqu'à w'^2, cela fait que la force, généralement y, peut avoir toutes les valeurs depuis o jusqu'à v'. Cela va être *expliqué* tout-à-l'heure.

On voit par là, que jusqu'à présent nous n'introduisons aucune hypothèse particulière sur la nature des forces moléculaires, si ce n'est leur action limitée par les dimensions de la dynamosphère, ce qui est hautement probable.

Mais voici l'*explication* promise. Pour *être une vraie loi de la nature,* il faut que la courbe BMA, dont l'équation est destinée à exprimer la force moléculaire, satisfasse à la condition que nous avons exposée dans la Note V. Le rayon dynamique CA est déjà tracé dans la nature, par le caractère chimique de la substance, placée au centre C de l'atome. Mais le *maximum* de la force moléculaire, correspondant au point D, peut être représenté par une droite arbitraire MD, en sorte qu'il dépend de notre volonté de prendre MD, ND etc., pour exprimer ce *maximum* graphiquement, en faisant passer la courbe par les points B, M, A, ou B, N, A, ou ainsi de suite. Cette condition est ce que nous avons nommé *indépendance de l'absolu,* et si la courbe tracée ne s'accommodait pas à la condition susdite, en nous privant de la faculté du choix pour l'unité arbitraire de la force, la courbe exprimée par l'équ. (66) ne donnerait qu'un cas fictif, irréalisable dans la nature: nous en donnerons un exemple, à la fin de cette Note.

Soient les abscisses communes $CS=a'$, $CT=a''$, les ordonnées $LS=y'$, $RT=y''$, pour la courbe BMA; les ordonnées $OS=y_{,}$, $KT=y_{,,}$, pour la courbe BNA. Il faut donc, d'après la condition de la Note V, qu'on ait toujours la proportion

LS: RT = OS: KT, Fig 16 (bis).



qui rende le rapport des forces dépendant uniquement des distances CS et CT, mais nullement de la longueur MD, ou ND, prise arbitrairement pour le tracé de la courbe. La proportion précédente dérive de plusieurs autres, telles que:

(66, bis) . . . . . . $y': y''=\Psi(\delta, \alpha, a'): \Psi(\delta, \alpha, a'')$

ou

$$y_{,}: y_{,,}=\Psi(\delta, \alpha, a'): \Psi(\delta, \alpha, a'')$$

et ainsi à l'infini, où a' et a'' sont les abscisses correspondantes aux ordonnées susdites. Cela posé, nous pouvons choisir à volonté pour notre but l'une quelconque des courbes, telles que p. ex. BMA, sans modifier seulement la forme de la fonction Ψ, qui évidemment n'est rien autre chose, que généralement

$$\Psi(\delta, \alpha, a) = \sqrt{(\delta - a)(a - \alpha)}.$$

On obtient ainsi encore d'autres proportions (pour la même courbe), conformes à la loi de la Note V, qui donnent:

$$y': v' = \sqrt{(\delta - a')(a' - \alpha)}: w',$$

ou

$$y'': v' = \sqrt{(\delta - a'')(a'' - \alpha)}: w'$$

etc., d'où généralement

$$y = v'\frac{1}{w'}\sqrt{(\delta - a)(a - \alpha)} \ldots\ldots\ldots (66)$$

Il reste finalement à dire un mot sur la nature géométrique de la courbe, exprimée par cette équation.

A cet effet, transportons l'origine des coordonnées orthogonales, dans point le D: on aura, pour un point quelconque U de la courbe BMA, l'abscisse $x = D\mu$ et l'ordonnée $y = U\mu$. D'après cela,

$$x = a - \alpha - w'$$

et par conséquent l'équ (66) devient

$$(67) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad y = \frac{v'}{w'} \sqrt{(w'-x)(w'+x)}\ ,$$

ou en élevant au carré,

(68) .... $w^2 y^2 + v^2 x^2 = v^2 w^2$; nous supprimons les accents comme superflus.

C'est l'équation de l'ellipse, rapportée à son centre et à ses axes, *ce qu'il s'agissait de démontrer.* Voilà encore un résultat qui métaphysiquement (v. le § 31. rem. à la p. 63.), me paraît très-probable.

Si dans cette équation, ou ce qui revient au même, dans l'équ (66), on pose $a = \delta$, ou $a = \alpha$, on obtient $y = o$, ce qui veut dire, que la force moléculaire est nulle dans les points A et B. Lorsque $a > \delta$, on a aussi $a > \alpha$; le produit sous le radical devient négatif et donne pour la valeur de la fonction y une expression imaginaire. La même chose arrive pour $a < \alpha$, car alors on a également $a < \delta$. La force ne s'étend donc pas à des distances plus grandes que CA et ne dépasse pas extérieurement le point A, ce qui veut dire, que cette force n'admet pas l'éloignement mutuel des atomes pondérables. Si cette force existait toute seule, sans être influencée par l'attraction, elle empêcherait également leur rapprochement, parce que le point μ, situé en A et déplacé tant soit peu de cet état d'équilibre, dans la direction AB, rencontrerait une répulsion qui tendrait à le ramener vers A. De cette manière, la force moléculaire remplit sa destination, qui consiste à maintenir les atomes pondérables à une distance fixe les uns des autres. La valeur imaginaire de y, pour $a < \alpha$, signifie, que cette force ne pénètre pas dans l'intérieur de l'atome, commme cela doit être. Elle n'agit, par conséquent, que dans l'intérieur de la *dynamosphère.* En faisant $a = \frac{\delta + \alpha}{2}$, on trouve $y = v$, ce qui veut dire, que la force est alors à son *maximum:* cela a lieu quand $a = CD$, c.-à-d. dans le milieu de la droite AB en D. Par une raison de symétrie, la force moléculaire a la même intensité, à égale distance de part et d'autre du point D. Ainsi, la force répulsive moléculaire, d'abord nulle en B, croît avec continuité depuis B jusqu'à D, où elle atteint son

maximum, et décroît ensuite, sans cesser d'être répulsive, exactement dans le même rapport, pour redevenir nulle en A.

Les mêmes conséquences se déduisent de l'équation (68): nous prendrons les abscisses et les ordonnées, positives dans l'angle YDX. Pour trouver les points où la courbe entrecoupe l'axe des x, on posera $y = o$ et l'on aura $x = \pm w$: cela veut dire qu'elle coupe la droite CX, dans les points A et B. Pour avoir les points où l'ellipse traverse l'axe des y, on fera $x = o$ ce qui donne $y = \pm v$ et correspond, comme on l'a déjà vu, au *maximum* de y, comme w est le *maximum* de x. Puisque l'ellipse est une courbe fermée, cela exige que la valeur de y ait aussi un double signe; mais comme la force moléculaire n'est que répulsive, cela fait que nous conservons seulement le signe supérieur. La droite CA, qui est δ, est complètement déterminée par la nature de la substance et partant la position de la courbe et sa plus grande extension AB ne sont pas arbitraires: tandis que la droite y, destinée à mesurer *l'intensité absolue* de la force, dépend de notre choix, car nous pouvons représenter à volonté, par une ligne plus ou moins longue, la force qui convient à une distance donnée du centre de l'atome, c'est-à-dire, que nous pouvons prendre une force quelconque y pour exprimer l'unité de force, lorsque la distance correspondante a est également adoptée comme unité de mesure, relativement aux distances.

Selon qu'on fera $w >, =, < v$, on obtiendra une ellipse aplatie, un cercle, ou une ellipse alongée dans le sens des ordonnées y. Notre ellipse de la figure 16 *(bis)*, se rapporte au troisième cas. Pour le cercle $w = v$, avec quoi l'équ. (68) donne

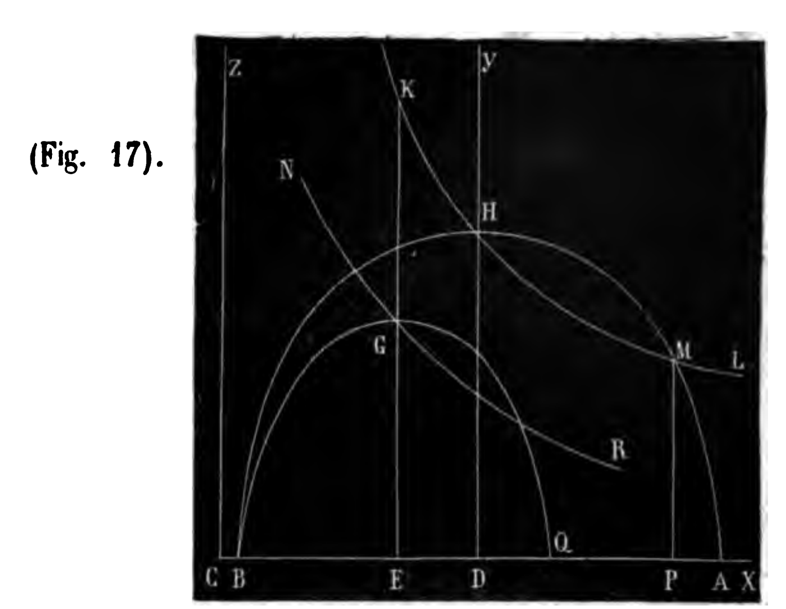
$$x^2 + y^2 = w^2,$$

où w est le rayon.

La plus légère de toutes les substances terrestres est l'hydrogène, qui doit avoir aussi le plus grand rayon dynamique δ. Il conste de cela, que toutes les distances telles que δ', δ'', δ''' etc. sont d'autant plus petites, que le poids spécifique de la substance est plus grand. Cela posé, nous prendrons le cercle pour exprimer l'hydrogène, et des ellipses alongées pour toutes les autres substances: cette convention n'a d'ailleurs rien d'essentiel et n'attaque pas le principe de la Note V.

Vient, après cela, la seconde question: quel est le point de l'intervalle AB, où la *force répulsive* (Fig. 17) moléculaire est neutralisée par la *gravitation universelle*? ce n'est évidemment ni A, ni B, et par conséquent un point *quelconque* de la droite AB. Or, la nature n'agit jamais et nulle part sans motif: elle n'admet rien de fortuit. Cela posé, D paraît être le point le plus plausible pour remplir la

(Fig. 17).



condition demandée ; si l'attraction doit annuler la résistance opposée par la force répulsive moléculaire, l'économie de la nature veut, qu'une quantité donnée de force attractive neutralise la plus grande résistance possible, c.-à-d. qu'elle fasse équilibre au *maximum* de y, qui est v. Cette condition n'impliquant pas contradiction, quelle que soit la substance et *l'intensité absolue* c de la gravitation étant indépendante de la spécialité chimique (§ 30), cela fait que: si l'on mène par le point H (sommet de l'ellipse) une branche de la courbe newtonienne, cette branche restera intacte, malgré la variation des rayons dynamiques. c.-à-d. sans faire attention à ce que les éléments chimiques soient alternativement remplacés, les uns par les autres, sur la droite CB. De cette manière, tous les *maxima*, tels que v', v'', v''' etc., afférents aux différentes substances, doivent varier en raison inverse des carrés des distances.

Il est généralement reconnu pour vrai, par les plus grands physiciens et géomètres, que les espaces intermoléculaires sont excessivement petits c.-à-d. insensibles à la vue et au toucher. Nonobstant cela, le rayon atomique est infiniment petit par rapport à ces espaces (V. la 1-re rem. de la Note III). Il en résulte, que α ou CB s'évanouit en présence de BD, ce qui donne

$$\frac{1}{4\,\overline{CD}^2} = \frac{1}{\delta^2}$$

et signifie, que les *maxima* de la force répulsive moléculaire, pour les différentes substances, sont réciproques aux carrés de leurs rayons dynamiques. Jusqu'à présent, notre hypothèse n'offre rien de paradoxal, parce qu'à mesure que le rayon dynamique diminue, il faut bien que l'intensité de la force répulsive (correspondante à la substance donnée) augmente, attendu que la distination de cette force est d'empêcher le contact des atomes pondérables.

Désignons par u la distance CD; remplaçons dans l'équ. (67), x par sa valeur $a-u$; nous aurons

$$y = \frac{v}{w}\sqrt{(w-a+u)\ (w+a-u)} \ldots\ldots (69)$$

Soit g la valeur de l'attraction correspondante à la distance u, il vient

$$v + g = o,$$

en vertu de l'équilibre mentionné plus haut.
Comme

$$g = -\frac{c}{u^2}\ \text{(équ. 44)},$$

en faisant abstraction des masses atomiques, qui sont les mêmes pour toutes les substances, afin de n'avoir à considérer que la *force accélératrice*, on a

$$v = \frac{c}{u^2},$$

ce qui étant substitué dans l'équ. (69)
donne

$$y = \frac{c}{u^2 w}\sqrt{(w-a+u)\ (w+a-u)}.$$

Pour découvrir toutes les valeurs de g, capables de neutraliser y, il faut poser

$$\frac{c}{u^2 w}\sqrt{(w-a+u)\ (w+a-u)} - \frac{c}{a^2} = 0 \ldots\ldots (70)$$

En transportant le second terme dans la seconde partie de l'équation et en élevant au carré, on trouve

$$a^4\left[2ua-(u^2-w^2)-a^2\right] = u^4 w^2$$

ou

$$a^6 - 2ua^5 + (u^2-w^2)\,a^4 + u^4 w^2 = 0,$$

ce qui peut se mettre sous la forme

(71) . . . . $(a-u)\,(a^5-ua^4-w^2a^3-uw^2a^2-u^2w^2a-u^3w^2)=0.$

On voit d'abord, que cette équation est satisfaite par $a=u$: donc, en premier lieu, le point D correspond à l'équilibre.

Désignons par S le second facteur entre parenthèses: nous aurons à discuter

(72) . . . . $S=0,$

qui est une équation du cinquième degré par rapport à a, où l'on reconnaît, à la simple inspection, qu'elle n'a qu'une racine réelle et que les quatre autres sont imaginaires. Pour donner une idée plus complète de cette seconde racine, nommons S' ce que devient S dans le cas de $a=u$, c'est-à-dire dans le point D. On trouve

$$S' = -4u^3 w^2$$

une expression *négative*, parce que u est une grandeur positive. Posons ensuite $a - u = w$, ce qui correspond au point A, et accentuons S comme il suit: on aura

(Fig. 17).

$$S'' = + u^4 w,$$

une valeur *positive*, parce que a et u étant des quantités positives on a aussi, dans ce cas, $a > u$ ce qui donne w positive. Or, puisque de la distance a varie, dans l'intervalle DA, suivant la *loi de continuité*, en passant par tous les degrés de grandeur compris depuis D jusqu'à A, il faut nécessairement (ce que le changement de signe indique) qu'il y ait, entre S' et S'', une certaine valeur intermédiaire S''' qui rende $S = 0$ et satisfasse de cette manière à l'équ (71). Supposons donc que a''' soit cette seconde racine réelle de l'équ. (71): si l'on porte la distance a''' de C en P, elle donnera l'ordonnée correspondante MP, qui exprime la seconde valeur de la force répulsive moléculaire, capable de neutraliser l'attraction, qui a lieu à la distance CP, et partant

$$\mathrm{MP} = \frac{c}{a'''^2}.$$

Nous nommerons P, *point neutre à équilibre stable* et D, *point neutre à équilibre non stable:* on verra tout à l'heure pourquoi.

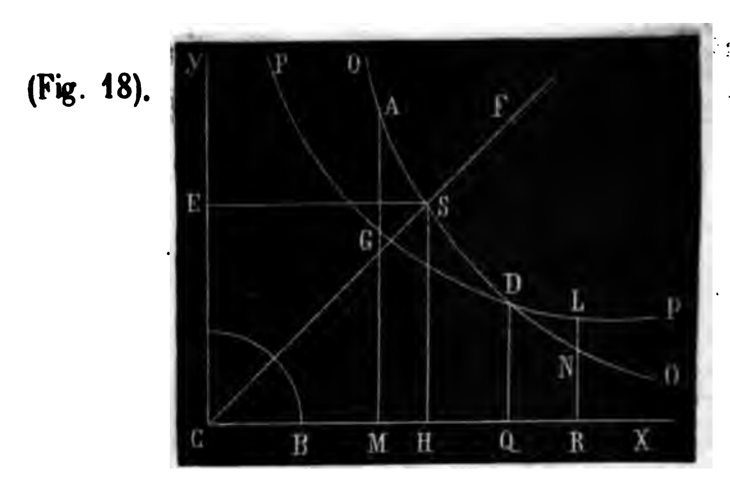
Depuis la distance infinie, jusqu'à la surface extérieure de la dynamosphère, c.-à-d. depuis X jusqu'à A, la *gravitation universelle* agit seule. Ici, elle rencontre la *force répulsive* moléculaire: la *résultante* ζ de ces deux forces, toujours encore attractive, décroît très-rapidement et devient nulle en P. Après cela, ζ change de signe et se convertit en répulsion, atteint son

maximum dans l'intervalle PD et décroît ensuite, sans cesser d'être répulsive, pour redevenir, encore une fois, nulle en D. Dans ce point, un nouveau changement de signe s'opère: la résultante ζ, modifiée en attraction, augmente avec une extrême rapidité, depuis D jusqu'à B, où l'attraction devient infinie et acquiert toute sa valeur, qui n'est plus influencée par la force répulsive moléculaire, réduite à zéro dans le point B. Les forces, attractive et répulsive, sont *divergentes* en D et *convergentes* en P, comme les flèches l'indiquent. Un point matériel μ, situé en D, pour peu qu'il soit déplacé à droite ou à gauche de cette position d'équilibre, n'y reviendra plus: il s'en écartera toujours davantage, soit vers P, soit vers B. Arrivé en P, il dépassera ce point par l'effet de l'inertie; mais la résistance, opposée par l'attraction, le ramenera vers P, qu'il dépassera encore une fois dans la direction PD, par le même effet. Au point P, où les limites des deux forces contraires se touchent, elles ont à infiniment peu-près les mêmes valeurs et si le phénomène se passe dans le vide, le point μ exécutera, de part et d'autre de sa position d'équilibre, une suite d'oscillations isochrones très-petites, dont le nombre pourra selon les circonstances être très-grand. Telle est, si l'on veut, l'explication la plus simple des ondulations lumineuses et sonores: on voit de plus, que c'est le point neutre P, qui détermine l'état de l'équilibre stable et qui, de cette manière, caractérise indubitablement l'état naturel des corps. Enfin, ce n'est pas la force répulsive y qui est *la force moléculaire, proprement dite*, mais c'est la résultante ζ qui est, selon les circonstances, répulsive, ou attractive, et, en second lieu, ce n'est pas la distance CA qui est le rayon dynamique effectif δ, mais c'est la distance CP, qui fixe invariablement et complètement la position du point neutre à équilibre stable P. Mais, par des raisons prédominantes, nous nommerons toujours CA rayon dynamique, que nous désignerons par la lettre δ

Ici nous devrions nous arrêter, pour ne pas anticiper sur les mémoires suivants, notre but n'étant que d'offrir avec réserve, à l'examen impartial des juges compétents, un essai d'hypothèse sur les forces moléculaires. Il y a cependant encore quelques remarques, qu'il n'est pas superflu d'avoir en vue.

Nous n'entrerons pas dans la description des (Fig. 18), détails, qui se voient sur la figure: tous les angles rectilignes sont droits, excepté FCY = FCX. Par un point arbitraire S de la droite CF, on fera passer une hyperbole équilatère, dont CX et CY sont les asymptotes et S le sommet; CH = HS = p étant le paramètre de la parabole, comme dans le § 36. Après cela, on construira la courbe newtonienne correspondante OO. Soit PP une seconde courbe pareille, qui coupe la première dans un point quelconque D. On a donc

(Fig. 18).



$$RL : QD = \frac{1}{CR^2} : \frac{1}{CQ^2}$$

$$RN : QD = \frac{1}{CR^2} : \frac{1}{CQ^2}$$

et partant

$$RL = RN,$$

c'est-à-dire, que les points L et N coïncident.

Par la même raison,

$$MA : QD = \frac{1}{CM^2} : \frac{1}{CQ^2}$$

$$MG : QD = \frac{1}{CM^2} : \frac{1}{CQ^2},$$

d'où

$$MA = MG,$$

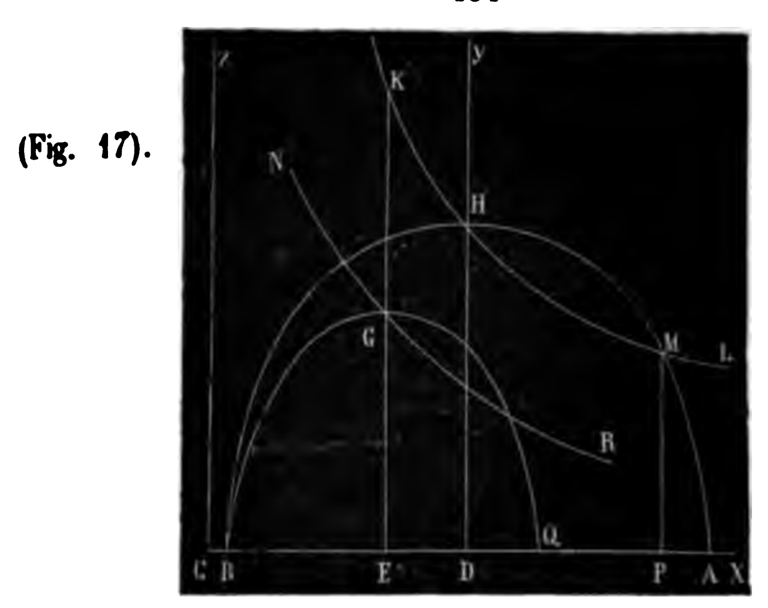
ce qui veut dire, que les points G et A coïncident.

Or, ces quatre proportions étant indépendantes des valeurs particulières quelconques, attribuées aux abscisses, il en résulte, *que les deux courbes se superposent dans tous les points, lorsqu'elles n'ont qu'un seul point commun.* La première courbe OO étant déjà tracée, la construction de la seconde devient impossible, parce qu'elle doit passer par le point S. Ainsi, *par un point donné* p. ex. D, *on ne peut faire passer qu'une seule courbe newtonienne.*

Voyons maintenant: qu'est-ce qui doit arriver, lorsque les deux courbes sont séparées? A cet effet, il faut auparavant expliquer la (Fig. 17).

BHA et BGQ sont deux ellipses, alongées dans le sens (DY) des ordonnées, D et E leurs centres, H et G leurs sommets, DX et DY les axes des coordonnées rectangulaires, KHL et NGR les courbes newtoniennes. Je

(Fig. 17).



n'ai pas besoin d'ajouter, que EX et EK sont les axes des coordonnées pour l'ellipse G. Soient encore σ' et σ'' deux substances différentes: H et G leurs ellipses, δ' et δ'' leurs rayons dynamiques.

Pour représenter une force quelconque par une ligne, on prend une ligne arbitraire pour unité: alors toutes les autres forces semblables sont exprimées en parties de cette unité. Supposons p ex. que DH soit la longueur arbitraire, prise pour représenter le maximum v de la force répulsive moléculaire y; si l'on choisit DH comme unité de mesure pour les forces, CD sera l'unité de mesure pour les distances, correspondantes à ces forces. Par le point H on ne peut faire passer qu'une seule courbe newtonienne KHL, afférente à σ'. Aussitôt que la substance σ' est donnée, la longueur CA n'est plus arbitraire: elle est graphiquement déterminée dans la nature, par le rayon dynamique δ'. En prenant $\frac{\delta' - \alpha}{2}$ on trouve le point D et partant $DA = w$, qui est le demi-petit axe de l'ellipse. Puisque $DH = v$ est le *maximum* des ordonnées, cela fait que v représente le demi-grand axe: avec les valeurs de v et de w, on peut construire l'ellipse BHA. M sera son second point d'intersection avec la courbe KHL et si l'on désigne par x'' et y'', l'abscisse et l'ordonnée de ce point, qui sont DP et MP, le pied P de l'ordonnée sera le second point neutre.

En effet, nous avons vu plus haut, que pour découvrir la position des points neutres, on doit satisfaire à l'équ (70). Cette équation est évidemment satisfaite, en posant $a = u$, ce qui donne la position d'un point neutre

en D. Mais elle est encore satisfaite, en faisant $a=a'''$ (p. 151). Et réellement, en introduisant cette valeur dans l'équ. (70), on obtient

$$(70,\ bis)\ldots\ldots \frac{c}{u^2 w}=\sqrt{(w-a'''+u)(w+a'''-u)}-\frac{c}{a'''^2}=o.$$

Or.

$$a'''=u+x''$$

et partant le premier terme de l'équ. (70, *bis*) se réduit à

$$\frac{c}{u^2 w}\sqrt{w^2-x''^2}.$$

Outre cela, $\frac{c}{u^2}=v$ et $\frac{c}{a'''^2}=y''$, avec quoi

$$y''=\frac{v}{w}\sqrt{w^2-x''^2}$$

ce qui est un résultat identique avec l'équ. (67), en y remplaçant les valeurs générales de x et y, par leurs valeurs particulières x'' et y'', relatives au point M.

Soit donnée, après cela, une seconde substance σ'', dont G est le sommet de l'ellipse. Puisque la constante c est la même pour σ' et σ'' (v. le § 30), cela fait que

$$\text{KE}=\frac{c}{\text{CE}^2},$$

on a pareillement

$$\text{GE}=\frac{c}{\text{CE}^2},$$

d'où

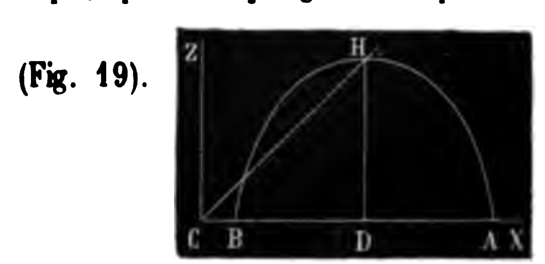
$$\text{GE}=\text{KE},$$

et signifie, que le point G doit être transporté en K. Le petit axe BQ de l'ellipse BGQ est déjà tracé dans la nature, au moyen du rayon dynamique δ'' et, de cette manière, la longueur du demi-grand axe *n'est plus arbitraire,* parce qu'il doit s'étendre jusqu'au point K de la courbe newtonienne primitive KL. Ainsi, le tracé de l'ellipse BGQ est défectueux. Mais on ne doit pas oublier, que cette restriction ne viole pas la loi énoncée dans la Note V, parce que la courbe *primitive* KHL dépend complètement de notre choix et que nous pouvons prendre un point *quelconque* de la droite infinie DY pour sommet de l'ellipse et faire passer la courbe newtonienne par ce sommet. Nous pourrions faire la même chose à l'égard de la substance σ'' et conserver, si l'on veut, le point G; mais alors la courbe deviendrait NGR et servirait de régulateur à toutes les autres ellipses. Toute cette discussion a pour but de prouver, que:

Une substance quelconque σ étant donnée et la courbe newtonienne une fois *arbitrairement* tracée pour cette substance, à l'aide du rayon dynamique ∂, cette courbe ne variera plus ni de grandeur ni de position, pour aucune autre substance. Par là, chaque ellipse afférente à σ', σ'', σ''' etc. sera complètement déterminée.

On peut simplifier la construction, relative à la courbe newtonienne *primitive* KHL, en commençant par celle des substances qui a le plus grand rayon dynamique, p. ex. l'hydrogène. On posera HD $=$ CD, comme dans

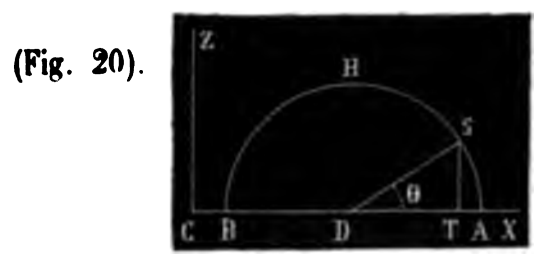
(Fig. 19).



le § 36, et par le point H on fera passer la courbe newtonienne. Puisque le rayon atomique CB$=\alpha$ est une ligne *physiquement* moindre que toute ligne donnée (V. la fin de la Note IV) et que la distance CD, quoique imperceptible à nos sens est immense par rapport à CB, cela fait que α s'évanouit en présence de w. L'ellipse BHA est donc le premier pas du cercle aux ellipses *alongées* dans le sens des ordonnées, qui le deviennent de plus en plus, à mesure que le poids spécifique de la substance augmente.

L'équ. (67) implique tacitement un certain angle θ. En effet, soit BHA un demi-cercle dont D est le centre, situé sur la droite CBTAX perpendi-

(Fig. 20).



culaire à CZ; CB est le rayon atomique. Désignons par θ un angle quelconque ADS, où DT est l'abscisse x du point S, ST son ordonnée y; $w=v$ le rayon du cercle.

Cela posé

$$BT = w + w.\ \cos.\ \theta$$

$$TA = w - w.\ \cos.\ \theta$$

et partant

$$(w+x)\ (w-x) = w^2\ sin^2\ \theta$$

d'où

$$sin\ \theta = \frac{1}{w} \sqrt{(w+x)(w-x)}.$$

Multiplions les deux parties de cette équation par la valeur *maximum* v de la force répulsive moléculaire; nous aurons

$$(73) \ldots\ldots\ldots\ v.\,sin\ \theta = \frac{v}{w} \sqrt{(w+x)(w-x)}.$$

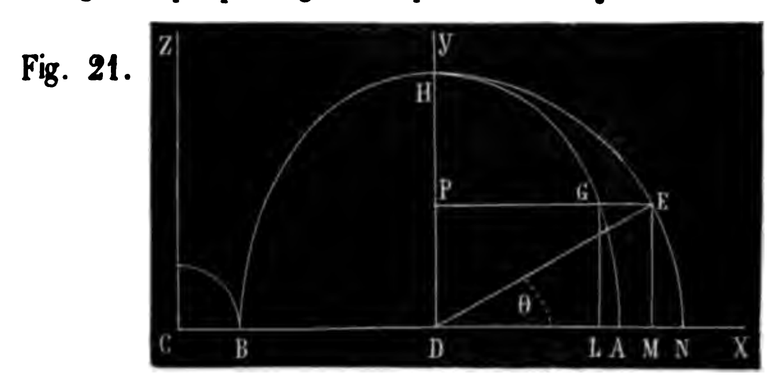
Le plus grand produit sous le radical arrive, quand on a

$$(w+x)\ (w-x) = w^2,$$

avec quoi $sin\ \theta = 1$, c'est-à-dire que le *maximum* de la force correspond à l'angle droit. Mais comme généralement $sin\ \theta$ peut avoir toutes les valeurs comprises depuis zéro jusqu'à l'unité inclusivement, cela montre que $v\ sin\ \theta$, dans l'équ. (73), n'est rien autre chose que l'expression générale y de la force moléculaire, en sorte qu'on retombe encore sur l'équ. (67), avec quoi la fonction circulaire $sin\ \theta$ disparaît de nouveau. Notre raisonnement, comme nous l'avons déjà vu, est indépendant de la longueur du demi-grand axe et s'applique ainsi à toutes les ellipses dont le petit-axe est le même et par conséquent également au cercle.

Un examen plus détaillé de l'angle θ sort tout-à-fait du cadre de ce mémoire; je crois cependant, que quelques uns de mes jeunes lecteurs me sauront gré de quelques lignes de plus sur ce sujet.

Fig. 21.



Soit CX une droite indéfinie, BHA une demi-ellipse arbitraire, dont DH est le demi-grand axe, $DA = DB = w$ le demi-petit axe. Du point D, pris pour centre, et avec le rayon DH décrivons le quart de cercle HEN, dont nous joindrons un point quelconque E avec D, par la droite ED: nommons θ l'angle EDN. Du point E abaissons deux perpendiculaires EP et EM sur DH et DN. Par le point G, où EP coupe l'ellipse, tirons la droite GL, parallèle et égale à EM. D'après les propriétés de l'ellipse, on a:

$$PE : PG = DN : DA,$$

ou, en prenant le rayon DH pour unité,

$$\cos\theta : x = 1 : w$$

d'où

$x = w \cos\theta$: c'est l'abscisse DL du point G, dont l'ordonnée est GL = EM, ou

$$y = \sin\theta.$$

En différentiant ces valeurs de x et y, on obtient

$$dx = -w \sin\theta \, d\theta$$
$$dy = \cos\theta \, d\theta$$

Si l'on désigne par s la longueur de l'arc elliptique AG, on aura

$$ds^2 = dx^2 + dy^2,$$

ou

$$ds^2 = d\theta^2 - k^2 \sin^2\theta d\theta^2,$$

en posant, pour abréger, $k^2 = 1 - w^2$.

De cette manière,

$$ds = d\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta}.$$

Or,

$$s = \int_0^\theta ds$$

et partant

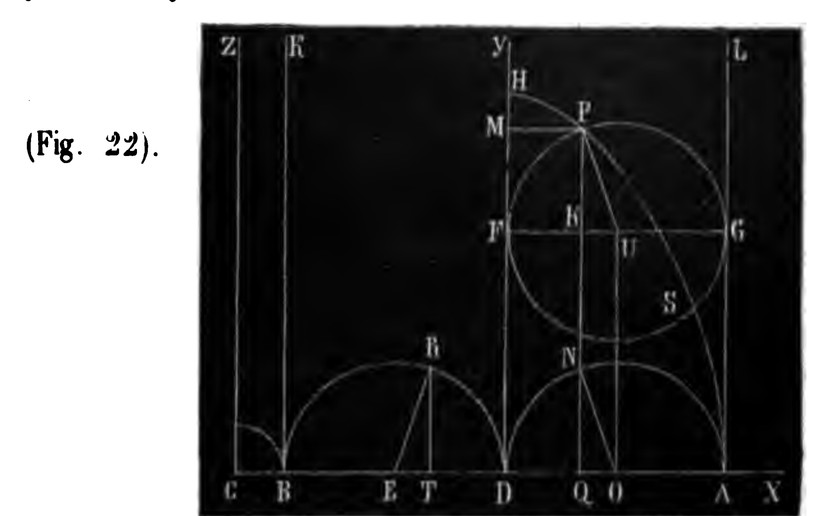
(74) . . . . $$s = \int_0^\theta d\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta};$$

on voit directement, que k est toujours $k < 1$.

L'équ (74) se rapporte à une méthode intégrale très-féconde, connue sous le nom d'intégration par arcs d'ellipse. L'intégrale de cette formule est une *transcendante elliptique de seconde espèce:* le coëfficient k et l'angle θ s'appellent le *module* et *l'amplitude* de cette intégrale. Les fonctions elliptiques de seconde espèce sont immédiatement liées à la rectification de l'ellipse, car chaque fonction pareille représente la longueur d'un arc elliptique et chaque propriété d'une telle fonction implique, en même temps, une propriété de l'ellipse, ce qui a valu à la classe entière de ces transcendantes le nom de *fonctions elliptiques*. Leur théorie en général, dont le grand Euler a posé les premières bases, est en liaison intime avec l'intégration des fonctions algébriques irrationnelles et forme l'une des branches les plus belles et les plus importantes de l'analyse mathématique, constituée en un corps de doctrine par l'illustre Legendre et enrichie surtout par les admirables travaux de deux géomètres d'un génie éminemment éclatant: Abel de Christiania et Jacobi de Kœnigsberg.

Après cette courte digression, voyons encore: est-ce qu'une autre courbe quelconque ne pourrait pas peut-être représenter les propriétés de la force y, tout aussi bien que l'ellipse? et contentons nous de soumettre à l'épreuve p. ex. la cycloïde.

(Fig. 22).



Soit PS le cercle générateur, compris entre deux tangentes parallèles DY et AL, perpendiculaires à CX; conservons toutes les conventions de la *figure* (17). Si le cercle roule sur la droite YD, un point quelconque P de la circonférence, situé d'abord en H, décrira la demi-cycloïde HPA et parviendra en A, au bout d'une demi-révolution complète. Nommons, pour notre comparaison, DH $= v$ le demi-grand axe et DA $= w$ le demi-petit axe de la cycloïde. Le centre U se trouvera constamment sur la droite UO, parallèle et égale à FD; FG est le diamètre, parallèle à DA: D l'origine des coordonnées, positives dans l'angle XDY, DX l'axe des abscisses x, DY celui des ordonnées y. PM est l'abscisse du point P, PQ l'ordonnée qui coupe le cercle aux points P et N, et le diamètre FG en K. Cela posé, on a évidemment

$$\text{MF} = \text{PK} = \text{NQ} = \sqrt{wx - x^2}:$$

nous ne prenons pas de double signe parce que, d'après notre construction, NQ ne peut pas être négatif. C'est le sinus de l'arc DN, ayant $\frac{w}{2}$ pour rayon.

$$\text{HF} = arc\ \text{PF} = arc\,(sin = \text{PK}) = arc\ (sin = \sqrt{wx - x^2}).$$

Or,

$$\text{HM} = \text{HF} - \text{MF}$$

ou

$$v - y = arc\ (sin = \sqrt{wx - x^2}) - \sqrt{wx - x^2}$$

et de là

(75)..... $y = v + \sqrt{wx - x^2} - arc(sin = \sqrt{wx - x^2})$:
telle est l'équation de la cycloïde, en fonction de l'arc.

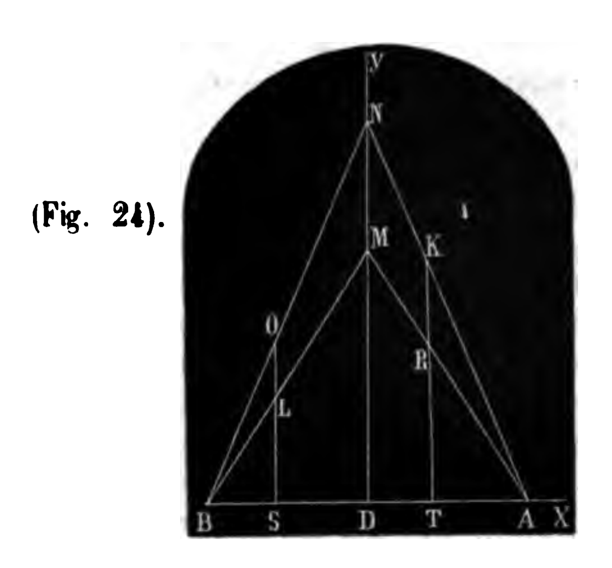
Puisque le radical $\sqrt{wx - x^2}$ reste constamment positif, cela fait que, si dans l'angle CDY on construit une seconde demi-cycloïde identique HB, en prenant DT=DQ, RT=NQ et le rayon ER=ON, son équation sera la même que (75), à cause des droites w et x, qui deviennent négatives en même temps. Discutons cette équation: $x = o$ donne $y = v$, ce qui correspond au point D et évidemment au *maximum* de l'ordonnée y. Quand $x = w$, alors le sinus tombe en A, l'arc devient DNA=v et partant $y = o$. Lorsque $x > w$, alors x $(w - x)$ est un produit négatif qui donne pour y une valeur imaginaire: la force répulsive moléculaire ne s'étend donc pas au-delà de A sur AX Tout cela est encore vrai à l'égard de la seconde demi-cycloïde HB. La force aura les mêmes valeurs, pour les mêmes abscisses $+x$ et $-x$, de part et d'autre du point D. Si par le point H on tire une courbe newtonienne, elle coupera la cycloïde dans un second point, ce qui produira un second point neutre. Jusque là tout s'accorde avec les qualités désirables pour la force moléculaire.

Mais prenons maintenant plusieurs cycloïdes, correspondantes à différentes substances chimiques simples σ', σ'', σ''' etc. et n'oublions pas, que pour toutes ces courbes le *rapport* du demi-grand axe au demi-petit axe est *constant*, notamment toujours égal à $\frac{\pi}{2}$.

Le demi-petit axe w ne dépend pas de notre choix, parce qu'il est déterminé par le rayon dynamique δ, déjà tracé dans la nature, ce qui donne $w = \frac{\delta - \alpha}{2}$. Avec cela, on obtient $v = (\delta - \alpha)\frac{\pi}{4}$ et, par conséquent, le choix d'une longueur arbitraire, pour exprimer une unité de force, ne dépend plus de nous:—ce qui est absurde. On ne pourrait plus faire varier le demi-grand axe, sans altérer le rayon dynamique de la substance donnée et ce serait une infraction à la loi, que nous avons nommée *indépendance de l'absolu*, à la fin de la Note V. Donc, la cycloïde p. ex. ne peut pas exprimer la force répulsive moléculaire. Quant à l'ellipse, nous ne l'avons pas cherchée: le principe métaphysique nous a conduit, directement et sans aucun effort, au résultat offert par l'équ (68).

Si sur le milieu de la droite AB en D, on élève une perpendiculaire arbitraire DMNY, pour remplacer l'ellipse par la droite brisée BMA, ou BNA, etc., celle-ci satisfera également à la condition voulue par *l'indépendance de l'absolu*

(Fig. 24).



Prolongeons DA indéfiniment jusqu'a X, plaçons l'origine des coordonnées en D, prenons les abscisses x sur DX, les ordonnées y sur DY, positives dans l'angle YDX, nommons DA$=w$, DM$=v$, DN$=v'$ et ainsi de suite: alors, l'équation de la droite p. ex. MA sera

$$y = \frac{v}{w}(w - x),$$

la même que dans l'angle YDB, parce que les droites x et w changeront de signe en même temps. Menons les ordonnées quelconques OLS, KRT etc.; on aura

$$LS : RT = BS : AT$$
$$OS : KT = BS : AT$$

et partant

$$LS : RT = OS : KT,$$

conformément au principe de la Note V. Mais comme les angles en A et B sont aigus, au lieu d'être droits, et les angles BMA, BNA etc. sont moindres que deux angles droits, en produisant dans le point D un changement brusque d'intensité pour la force répulsive moléculaire, cela fait que cette construction, à son tour, ne peut pas servir à représenter une vraie loi de la nature.

Nous terminons cette Note par une dernière remarque. Les forces moléculaires physiques, que nous venons d'examiner, sont relatives à l'état *physique* des corps et sont évidemment subordonnées au calcul, algébrique ou transcendant; elles ne modifient pas la nature et les qualités caractéristiques des substances élémentaires. Mais les *forces chimiques,* quel en est le véritable sens? comment peuvent-elles opérer une merveilleuse métamorphose dans un composé, dont les parties constituantes ne peuvent cependant s'iden-

tifier par aucun moyen naturel [1]) et l'illusion du transport des gaz à travers des conducteurs solides, est-elle effectivement bien expliquée? Faut-il que ces *agents rebelles* (forces chimiques) portent toujours le voile du mystère, comme les apparences de la vie organique?

«Nous ne connaissons nullement (dit M. Grove, *corr. des forces phys.*. «p. 216), la nature réelle d'aucun mode d'action chimique, et, pour le mo«ment, nous devons nous borner à les considérer comme l'effet obscur d'une «force dont les recherches futures nous rendront l'intelligence plus facile».

Il est très-probable, qu'un jour *l'affinité chimique* elle-même et les mouvements infiniment petits qu'elle produit, ne sortiront pas du cercle de l'analyse infinitésimale, quoique ce brillant avenir soit encore peut-être assez éloigné. Nous joignons nos voeux aux conjectures de M. Dumas, qui ne nie pas la possibilité de soumettre ces mouvements moléculaires au calcul, comme Newton l'a fait pour les corps célestes.



[1]) Voir la fin de la Note III.

Note huitième (à la page 86).

Quelques mots sur l'éther. [1]).

« Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces «dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la com«posent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à «l'analyse, embrasserait dans la même formule, les mouvements des plus «grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome: rien ne serait in«certain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux». (Oeuvres de Laplace, tome VII, *Théor. anal. des prob.* Paris, 1847, Intr. p. VI).

La science doit marcher sur les traces de cette intelligence idéale, s'en rapprocher toujours, quoique ne pouvant jamais l'atteindre. La science doit donc se demander avant tout: *où faut-il chercher toutes les forces dont la nature est animée?*—

Ce que nous avons dit jusqu'à présent paraît servir d'indice, qu'il faut chercher ces forces dans le vide, vu que la matière agit comme force partout où elle n'est pas présente comme matière et que la force active, ou latente, au sein de la matière pondérable, ne se manifeste par aucun signe extérieur. La question donne donc probablement dans le *vacuisme* et il fut un temps où elle prenait un caractère très-sérieux, comme impliquée dans le triomphe ou la chute de la philosophie cartésienne.

Environ cinq siècles avant l'ère chrétienne, l'école éléatique établie en Grèce professait qu'il n'y a pas de vide: plus tard Leucippe soutenait le contraire. Démocrite et Epicure admettaient le vide, infini et éternel. Les péripatéticiens, que rien n'embarrassait, reniaient le vide, par la supposition gratuite d'une qualité occulte. On distinguait autrefois le vide compris dans les in-

---

[1]) Il paraît que cette dénomination a été empruntée aux Egyptiens qui désignaient sous le nom *d'Athor*, ou *Athyr*, la nuit primordiale, le principe obscur et occulte de toutes choses (v. *Symbolik des Mosaïschen Cultus*, par Bähr, tom. I, p. 139; *Emanationslehre bei den Kabbalisten*, par Kleuker: *Symbolik*, par Creuzer).

terstices des molécules matérielles, et le vide des intermondes, dans les intervalles qui séparent les corps célestes *(vacuum disseminatum et coacervatum)*. Ce fut alors qu'il eut son beau moment, parce que les philosophes de l'antiquité attachaient beaucoup de prix à ces subtilités scolastiques, plutôt oiseuses qu'utiles pour la science qui permet, dans son état actuel, de résoudre la problème du vide, d'une manière tout-à-fait satisfaisante.

Le célèbre Descartes combattait la possibilité du vide, par des arguments basés sur l'hypothèse singulière, que l'espace est matériel en tant qu'il est étendu. Quoi qu'il en soit, ce génie éminent triompha de ses antagonistes, par une voie indirecte: *l'existence de l'éther exclut celle du vide.* Nous admettrons donc la vérité du fait sur l'autorité de Descartes, Huyghens, Euler, Young, Fresnel, Arago, et tant d'autres Savants illustres. La tendance incessante de l'éther à combler tous les vides de l'espace absolu et la forme sphérique des atomes pondérables [1]) (inapte à fermer hermétiquement un espace quelconque, même dans le cas du contact), voilà deux causes suffisantes pour rendre l'existence du vide physiquement impossible. Cela posé, l'éther *ne peut pas être* isolé et pesé dans le vide, ce qui lui a valu le nom de *fluide impondérable*. Ensuite, on veut encore outre-passer cette *possibilité*: ce n'est plus

---

[1]) On a vu (à la fin de la Note IV), que le rayon α de l'atome pondérable est une ligne *physiquement* moindre que chaque ligne donnée. La cause en est dans le *changement de signe*, que la force répulsive éprouve à la surface de l'atome (§ 36), et par là α est une quantité *complètement déterminée* dans la nature. Ce *changement* n'a plus lieu pour l'atome éthéré *(éthératome)*, et partant son rayon n'a plus un *mode déterminé d'existence*, ce qui signifie autrement, que le rayon atomique α n'existe pas pour l'éther, c.-à-d. que le rayon de l'éthératome est une ligne mathématiquement *divisible à l'infini*. L'éther est donc une matière privée de constitution atomique, une matière *amorphe et diffuse* qui, de cette manière, a la faculté de remplir tous les interstices, compris entre les volumes sphériques des atomes pondérables, quand même ces derniers seraient dans un contact immédiat

Mais cela exige encore une explication plus détaillée. Supposons un éthératome d'une densité infinie, ramplissant un volume sphérique $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$. Abandonné à lui-même, il doit se dilater, et admettons que son volume devienne x^3 fois plus grand, où x est un nombre entier quelconque. Arrêtons ce développement par une enveloppe rigide et inextensible: lorsque l'équilibre se sera établi dans toutes les parties du volume intérieur $\frac{4}{3}\pi x^3\alpha^3$, on aura une sphère matérielle homogène d'un rayon $x\alpha$, dont la densité sera x^3 fois moindre qu'auparavant. Prenons, après cela, au centre de cette sphère, un volume matériel sphérique $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$ et rejetons toute la matière extérieure superflue. Il est évident que ce dernier volume, n'ayant plus la densité infinie primitive, se laissera condenser dans un volume plus petit que celui de l'atome pondérable, et voilà comment on peut se rendre compte de la divisibilité infinie, pour la matière éthérée.

l'éther qu'on veut peser, c'est l'électricité, la lumière etc. Mais ce ne sont pas des entités matérielles; ce ne sont que les différents modes d'action d'une matière que nous nommons *éther*, comme les sons ne sont pas de l'air atmosphérique. On voit donc, que l'éther est réellement *amorphe* et *continu*: la première proposition est évidente, parce qu'étant idio-répulsif de lui-même, l'éther est privé pour son propre compte de cette liaison attractive qui est indispensable pour la production des formes. Sa continuité résulte du pouvoir expansif indéfini, dans tous les points mathématiques du volume constamment croissant, qu'il s'approprie progressivement.

La probabilité philosophique nous autorise à croire qu'il existe autant de matière pondérable que d'éther dans la création: cette hypothèse n'est d'ailleurs d'aucun intérêt fondamental pour la question. Si l'on jette un coup d'oeil sur les distances prodigieuses qui séparent les astres du firmament, on ne sera pas étonné de l'excessive raréfaction de l'éther. D'un autre côté, il est permis de conjecturer, que sa dilatation indéfinie, qui n'est arrêtée par aucun obstacle, l'aurait dissipé dans l'immensité de l'espace, pour le faire disparaître complètement. Cette matière serait donc anéantie à son tour, quoique par un moyen tout-à-fait opposé à la gravitation universelle. Mais Celui qui mit un *frein à la fureur des flots* y a certainement pourvu. Il faut donc admettre que l'éther *gravite* vers la matière pondérable à distance, suivant une loi préfixe. La matière pondérable étant idio-attractive d'elle-même, doit l'être aussi à l'égard de tout ce qui est matériel et partant à l'égard de l'éther. Le même principe devant être aussi vrai pour l'éther, celui-ci doit repousser tout ce qui est matériel et par conséquent repousser au même degré la matière pondérable. Nous voilà conduit à soutenir, sans aucun effort et sans aucune hypothèse particulière, que la force répulsive de l'éther décroît avec les distances dans un rapport plus rapide que la gravitation universelle, ce qui rend l'attraction prédominante, et nous verrons bientôt que cela a effectivement lieu dans la nature. L'éther n'est donc pas une *matière sans poids*.

Mais il diffère de la matière pondérable, par deux caractères essentiels:

1º) S'il est vrai de dire qu'elle puise toujours du dehors, mais jamais en elle-même, la cause de son mouvement, cette proposition n'est plus applicable à l'éther. L'atome pondérable est à l'égard de lui-même une *matière passive*, tandis qu'une masse atomique éthérée, abandonnée à elle-même, ne persiste pas dans cet état de repos: sa surface extérieure se meut en avant et son volume se dilate sans interruption; l'inertie contribue aussi à ce mouvement intérieur, quoique non spontané. A l'égard de lui-même, l'éther est donc une *matière active*.

2º) L'action d'un atome pondérable, sur lui-même, ne se révèle par aucun indice apparent ou sensible, et doit par conséquent rester éternellement inconnue. L'action d'une masse atomique éthérée, sur elle-même, se manifeste au contraire d'une manière visible, palpable et mesurable, par l'augmentation progressive de son volume (p. ex. dans les phénomènes indirects de la chaleur)

Cela posé, toutes les forces dont la nature est animée, et qu'il est donné à l'homme de connaître, résident: a) dans tous les points de l'espace infini, qui n'est pas occupé par la matière pondérable, c'est-à-dire partout où elle n'est pas présente comme matière, mais où elle agit comme force, et b) dans tous les points de l'espace infini, qui est rempli d'éther. Nous ne pouvons donc chercher aucunes forces dans l'intérieur des atomes pondérables et tout le reste de l'espace absolu illimité, *sans exception*, est rempli d'éther. Or puisque le *vide* n'existe pas, puisqu'il est universellement remplacé par *l'éther*,—c'est dans l'ether qu'il faut chercher *toutes les forces dont la nature est animée:* c'est lui qui répand, dans toute la nature, le mouvement et la vie. [1])

Parmi les différents modes d'action de l'ether, nous citerons spécialement la lumière. C'est elle qui nous fait pour ainsi dire palper les profondeurs prodigieuses du firmament, qui nous met en contact avec toute la création, qui développe dans notre ame l'idée de l'infini et de l'éternité. Le calorique rayonnant n'est pas facile à saisir dans les espaces interplanétaires, l'électricité, le magnétisme, les actions chimiques, etc. paraissent assujetties à ne pas quitter les enveloppes gazeuses des corps de notre système solaire, qui ne sont que des points imperceptibles comparativement à la sphère des étoiles. Mais la lumière agit sur une énorme échelle et si l'on parvient à démontrer les phénomènes lumineux par la théorie des vibrations d'un fluide parfaitement élastique, ce fluide sera précisément cet éther qui inonde l'immensité de l'espace. L'initiative de ce grand projet appartient à l'immortel Descartes.

L'hypothèse de l'emission ne s'est soutenue trop longtemps avec succès, que parce qu'elle portait le nom de Newton sur sa bannière: mais cette

---

[1]) D'après les principes de cette théorie: „il existe dans tout l'espace, et „même entre les particules des corps, un fluide éminemment élastique auquel on „donne le nom *d'éther*. Son état statique dépend de la répulsion qu'il exerce sur „lui-même, et des actions qu'il éprouve de la part des atomes pesants En vertu „de ces forces, l'éther est répandu uniformément dans tout espace vide de ma„tière pondérable, sa densité est constante, et son élasticité est la même en tout „sens." *Cours de physique*, par G. Lamé. 2-e édit. Paris, 1840, 3 vol. V. le t. II. page 326.

majesté intellectuelle n'avait pas besoin d'autres rayons de lumière pour sa couronne. Aussi, le système ingénieux du philosophe anglais n'a t-il pas ébranlé l'imposant édifice élevé par son illustre prédécesseur. La théorie des ondulations a surmonté toutes les difficultés. Elle est devenue, pour la physique expérimentale, ce que la théorie de la gravitation est pour l'astronomie pratique, c'est-à-dire qu'elle a devancé les observations, en prédisant beaucoup de faits inconnus jusqu'alors. Elle doit donc aussi partager le sort de l'attraction universelle et trouver dans le petit nombre d'objections, dirigées contre elle, le sujet d'un nouveau triomphe. Nier l'existence de l'éther, c'est vouloir refaire totalement la théorie actuelle de la lumière [1]). (V. la remarque à la page 166).

Disons donc, sans tergiverser, que *l'existence de l'éther est parfaitement bien établie,* à l'époque présente de nos connaissances. Nous croyons même (qu'on nous pardonne cet excès de franchise), que les doutes élevés parfois contre cette doctrine ne sont pas sincères, parce qu'il est beaucoup plus difficile de prouver faiblement le non-être de ce fluide, faussement qualifié d'impondérable, que de bien démontrer son existence. Il y a là quelque chose qui rappelle la rénommée d'Erostrate.

L'éther, ou la matière éthérée, est un fluide doué, dans chacun de ses points, d'une force expansive épuisable à l'infini et partant excessivement subtil, universellement répandu et pénétrant tous les corps de la nature, ou assemblages d'atomes pondérables (excepté ces atomes eux-mêmes). Il est parfaitement élastique, incoërcible, compressible au point d'acquérir une densité infinie $\Omega = \infty$, indéfiniment dilatable et continu, ou matériel dans tout le volume qu'il remplit sans intervalles vides, nonobstant que sa densité peut varier à chaque instant. Abandonné à lui-même, il prendra une forme exactement sphérique, par une raison de symétrie; mais l'équilibre à la surface ne sera qu'instantané: voilà pourquoi l'éther est amorphe.

Quel doît être le rapport de la force expansive, ou répulsive, en fonction de la distance? Certainement que cette force ne pourrait pas agir en raison inverse des cubes des distances, parce que dans ce cas la force (capable d'agir

---

[1]) Il est indubitable, que la chaleur statique n'est qu'une condensation de l'éther, plus ou moins grande, dans les interstices des molécules pondérables. Partout où il y a vie, il se produit de la chaleur et réciproquement la chaleur est un élément essentiel dans l'économie animale et végétale. Aussi, tandis que dans les contrées froides, les animaux et les plantes semblent, par leur aspect monotone et lugubre, prendre part au deuil de la nature, on dirait que, dans la zone torride, le soleil a secoué sur ces êtres tout le luxe de sa pourpre éclatante.

Cette remarque se rapporte à la page 166.

seulement au contact) changerait de signe à la surface de l'atome et le développement ultérieur n'irait pas plus loin. Ce serait donc, encore une fois, de la matière pondérable. Or, l'exposant de la distance n'étant plus $n = -3$, cela fait que cette force aura la faculté d'agir à distance, malgré l'interruption du contact, comme on l'a déjà vu (p. 68). L'éther étant un fluide parfaitement élastique, doit exercer sur sa surface une pression intérieure, conforme à la *loi de Mariotte*. Cette loi est donnée par l'équ. (13), qui exprime une action proportionnelle à la densité et partant ***réciproque au cube de la distance;*** mais cette équation désigne une force confinée dans un point, une force infinie et nonobstant cela incapable de produire un effet quelconque, tel petit qu'il soit, quand même aucun obstacle extérieur ne s'y oppose. Cette condition serait évidemment absurde, si la force répulsive ne changeait pas de signe, en passant par l'infini à la surface de l'atome. C'est l'impénétrabilité *passive* de Tobie Mayer (p. 10), mais ce n'est pas l'impénétrabilité *active* de Kant (p. 9), susceptible (agissant seule) de développer à l'infini la matière (éthérée dans le cas présent). L'éther doit donc impliquer dans sa formule également l'équ. (31), qui donne une force ***réciproque au carré de la distance***, et capable de dilater la matière à l'infini: cela signifie, que l'éther doit satisfaire à deux conditions à la fois: 1º) exercer constamment sur sa surface intérieure une pression, conforme à la *loi de Mariotte*, et en même temps 2º) pousser cette surface toujours en avant, indéfiniment. Ces deux conditions se réduisent à une seule, parce qu'ici la force répulsive ne peut pas changer de signe à la surface et par conséquent ne peut pas passer par l'infini. Cela posé, la force expansive de l'éther doit agir *sur sa surface* dans un rapport composé du produit $\frac{1}{r^3} \times \frac{1}{r^2}$, ou, en d'autres termes, ***en raison inverse de la cinquième puissance de la distance.***

Reprenons maintenant notre équ. (40), qui est

$$\Theta = \pi\omega\mu\theta \frac{2n+4}{n^2+8n+15} r^{n+3}$$

Pour qu'un espace vide (généralement sphérique) devienne matériel, cela n'exige qu'une seule condition: celle notamment qu'il devienne impénétrable. On définit souvent la matière par l'étendue et l'impénétrabilité, mais nous ne disons pas «*étendu*» parce qu'un espace vide est étendu, aussi bien que la matière, sans quoi ce serait un point mathématique, qui ne peut pas devenir matériel. D'ailleurs, dans un corps donné ce n'est pas son étendue que nous voyons et que nous touchons: c'est sa matière. Annulez la matière!—nous ne verrons plus et nous ne toucherons plus rien, quoique l'étendue reste la même qu'auparavant. Ainsi: un espace vide (sphérique dans l'équ. 40), pour devenir ma-

tériel, doit acquérir *à sa surface une force répulsive infinie,* qui agisse dans la direction des rayons, vers l'extérieur, et qui s'oppose à tout ce qui tendrait à pénétrer matériellement dans l'espace susmentionné. La valeur ∞ de la densité, dans l'équation précédente, n'influant pas sur la valeur infinie de Θ, peut être supposée quelconque.

La condition que nous venons d'énoncer s'exprime analytiquement par

$$\Theta = \infty,$$

ou, ce qui revient au même, par

(76) . . . . $n^2 + 8n + 15 = 0.$

Les deux racines de cette équation sont $n = -3$ et $n = -5$. Cela posé, la condition *rigoureuse et unique,* pour matérialiser l'espace, est remplie de deux manières: ou par $n = -3$, ou par $n = -5$. Mais, comme il n'y a aucune espèce de choix à faire entre ces deux racines, aucune apparence de nécessité pour donner la préférence à l'une d'elles sur l'autre, le principe métaphysique qui en résulte dit, quelles doivent avoir lieu toutes les deux, parce qu'autrement l'expression (76) serait inévitablement une équation du premier degré.

Nous avons démontré, dans ce premier mémoire que la racine $n = -3$ correspond à la *matière pondérable,* comme faisant la base de toute notre analyse (v. le § 13, et l'équ. (3) Ici nous voyons, que la racine $n = -5$ se rapporte à l'éther [1]).

Prenons l'équation

$$y^2 = px \quad \text{. . . . . (77)}$$

de la parabole, relative aux coordonnées orthogonales et au sommet de la courbe pris pour origine, où x sont les abscisses comptées sur l'axe de la parabole, y les ordonnées et p le paramètre. Transformons ce système en prenant deux autres axes, parallèles aux premiers de sorte qu'on ait

$$w = x - p$$
$$n = y - \frac{1}{2}p$$

en désignant par w les abscisses et par n les ordonnées, rapportées à la

---

[1]) A cette occasion, il est bon de rappeler la remarque de la préface à la première édition de ce mémoire, au sujet du sens mystérieux des formules. Dans l'exemple présent, ce sens n'est pas explicite; il faut le chercher, pour le trouver, ou, plus exactement: la nature, interrogée par la formule, ne répond qu'à la question. Vous l'interrogez sur la manière de matérialiser le vide: elle vous indique la matière pondérable et l'éther. Mais mettez cette question *métaphysique* de côté, et vous ne verrez dans l'équ. (40) qu'une simple formule *mathématique*, relative à l'action d'une sphère matérielle homogène, sur un point de sa surface. Elle nous a servi ainsi à découvrir le rapport de la force attractive, en fonction du carré de la distance (§ 38), et tel est son emploi mathématique.

nouvelle origine. En mettant ces valeurs à la place de x et y, dans l'équ. (77), nous aurons

$$n^2 + 8np + 15p^2 = pw,$$

et en posant $p = 1$, comme dans le §. 36, il vient

$$n^2 + 8n + 15 = w. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (78).$$

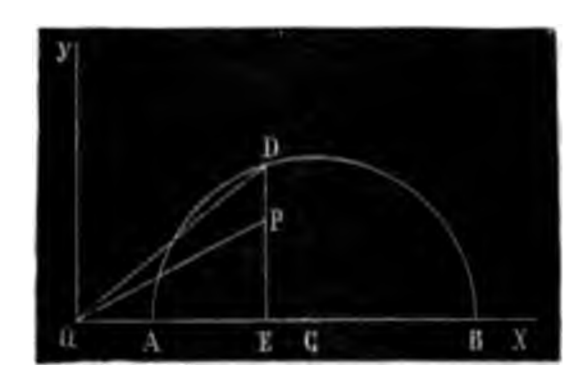
Si dans l'équ. (10), on exprime le dénominateur par w, on reproduira l'équ. (78), qui est celle d'une parabole dont le paramètre est pris pour unité. J'ai montré, dans le § 36, tout le parti qu'on peut tirer de l'intervention remarquable de cette courbe, dans la théorie générale de la matière.

Nommons k' le facteur infini et constant $\frac{1}{0}$, dans le cas de $n = -5$, et substituons ces valeurs dans l'équ. (10); on obtient ainsi

$$A = \frac{\pi \mu \theta k'}{2} \cdot \frac{\omega}{r^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (79).$$

où le second facteur, qui est seul variable, exprime précisément ce produit, qui implique la *loi de Mariotte* et le *rapport inverse du carré de la distance*, produit qui a été indiqué plus haut.

(Fig. 23).



Soient P et Q deux points pris, le premier intérieurement, le second extérieurement à une sphère matérielle dont C est le centre, r le rayon, m la masse et ω la densité homogène. Q est le centre de gravité d'une masse évanouissante μ; P est un point pris hors de la droite QC; par les trois points C, Q et P, menons un plan, qui est le plan de la *figure*, et prenons ensuite Q pour l'origine des coordonnées rectangulaires, où QX est l'axe des abscisses x et QY celui des ordonnées y, positives dans l'angle YQX. L'axe QX passe par le centre C de la sphère dont il traverse la surface dans les points A et B. Par le point P menons l'ordonnée DE et la droite PQ, que nous nommerons u; désignons de plus QC par a, QA par b et PE par r. DE est le rayon d'un disque sans épaisseur, normal au plan de la *figure*. PE est le rayon d un disque plus petit, tracé dans le premier. L'action que P exerce sur μ, est

$$\frac{\omega\mu\theta}{u^5},$$

où la constante θ représente *l'intensité absolue* de la force rapportée aux unités de masse et de distance. Nous prenons cette force positive, parce qu'elle est *répulsive* pour le cas qui nous occupe (§. 13). Nommons généralement f [1]) l'action totale, que la sphère exerce sur le point Q; il est évident que cette action se fera dans la direction CQ. Cela posé l'action répulsive de P sera

$$\frac{\omega\mu\theta}{u^5}.\cos(u,\ x)$$

et elle tendra à augmenter la distance CQ, parce que le cosinus de l'angle aigu PQE est positif.

L'action du cercle passant par P est après cela

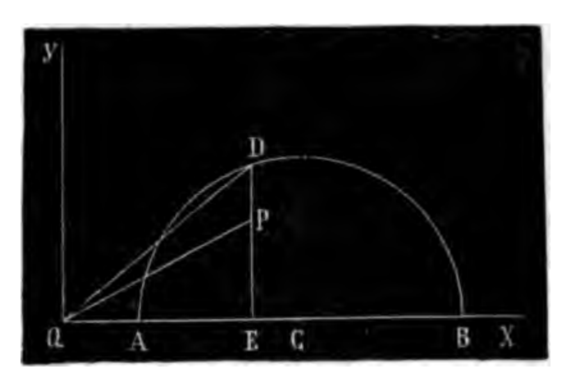
$$\frac{2\pi v\omega\mu\theta x}{u^6}$$

et partant l'intégrale

$$2\pi\omega\mu\theta x\int_0^y \frac{vdv}{u^6}$$

exprime la force répulsive que le disque, ayant DE pour rayon, exerce sur le point Q.

Or Fig. 23.



puisque $x^2+v^2=u^2$, on a $vdv=udu$, ce qui change l'intégrale précédente en

$$2\pi\omega\mu\theta x\int_x^z \frac{du}{u^5},$$

en posant, pour abréger, $x^2+y^2=z^2$.

Outre cela,

$$\int\frac{du}{u^5}=-\frac{1}{4u^4}$$

---

[1]) Il n'est pas besoin de dire que cette notation n'a rien de commun avec celle de l'équ (11); nous gardons f. pour ne pas multiplier sans nécesité les lettres.

et partant, l'action du disque devient finalement

$$\frac{\pi\omega\mu\theta}{2}\left(\frac{1}{x^3}-\frac{x}{(x^2+y^2)2}\right).$$

A cause de $y^2=(x-b)(b+2r-x)$ et de $b=a-r$, on a

$$x^2+y^2=2ax-a^2+r^2,$$

après quoi

$$f=\frac{\pi\omega\mu\theta}{2}\int_{a-r}^{a+r}\left(\frac{dx}{x^3}-\frac{xdx}{(2ax-a^2+r^2)^2}\right).\ \ldots\ldots\ldots \quad (80)$$

Or,

$$\int\frac{dx}{x^3}=-\frac{1}{2x^2}$$

et

$$\int\frac{xdx}{(2ax-a^2+r^2)^2}=\frac{1}{4a^2}\left[\log\left(2ax-a^2+r^2\right)-\frac{a^2-r^2}{2ax-a^2+r^2}\right].$$

avec ces valeurs, l'équ. (80) devient

$$(81)\ \ldots\ldots f=-\frac{\pi\omega\mu\theta}{2a^2}\left(\frac{1}{2}\log\frac{a-r}{a+r}+ra\frac{a^2+r^2}{(a^2-r^2)^2}\right).$$

Développons la partie entre parenthèses:

$$\frac{1}{2}\log\frac{a-r}{a+r}=-\frac{r}{a}-\frac{r^3}{3a^3}-\frac{r^5}{5a^5}-\frac{r^7}{7a^7}-\ldots\ldots\ldots$$

$$ra\frac{a^2+r^2}{(a^2-r^2)^2}=\frac{r}{a}+\frac{3r^3}{a^3}+\frac{5r^5}{a^5}+\frac{7r^7}{a^7}+\ldots\ldots\ldots$$

On obtient ainsi,

$$(82)\ \ldots\ldots f=\frac{\pi\omega\mu\theta}{2a^2}\left[\left(3-\frac{1}{3}\right)\frac{r^3}{a^3}+\left(5-\frac{1}{5}\right)\frac{r^5}{a^5}+\left(7-\frac{1}{7}\right)\frac{r^7}{a^7}\right]+\ldots\ldots$$

Si l'on pose $f=\Theta$, $a=r$ et dans ce cas le facteur infini et constant entre parenthèses égal à k', on aura

$$\Theta=\frac{\pi\mu\theta k'}{2}\,\frac{\omega}{r^2},$$

comme c'était trouvé plus haut (équ. 79). La cinquième puissance s'explique donc, et parce que l'équ. (82) reproduit l'équ. (79), et par la seconde racine $n=-5$ de l'équ. (76).

En supposant le point repoussé μ, séparé de la masse sphérique m par le vide et de plus la distance a extrêmement grande par rapport au rayon r (équ. 82), afin que tous les termes entre parenthèses s'évanouissent, excepté le premier (qui peut être rendu indépendant de r), on aura

$$f = \frac{\pi\omega\mu\theta}{a^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{r^3}{a^3} .$$

Or ,

$$\frac{1}{3} \pi r^3 \omega = m,$$

d'où

$$(83) \ldots\ldots\ldots \quad f = \frac{m\mu\theta}{a^5} .$$

Ici f est une valeur de la force qui n'a lieu qu'à de très-grandes distances du centre répulsif. Mais comme à l'égard d'un rayon $r = \alpha$, égal au rayon d'un atome pondérable, toutes les distances a encore invisibles, à l'aide du plus fort grossissement microscopique, sont déjà infiniment grandes, ce qui est reconnu pour vrai par les plus grands philosophes de la nature, l'équ. (83) signifie qu'à ces distances l'élément éthéré m repousse μ (l'éther et la matière pondérable) en raison inverse des cinquièmes puissances de la distance, à infiniment-peu près, et de plus comme si toute sa masse m était réunie dans son centre Cela est analogue à ce qui a été dit dans le § 21. La force répulsive de l'éther, décroissant dans un rapport très-rapide ne peut donc pas influencer sensiblement l'attraction que les atomes pondérables exercent sur l'éther, attraction qui de cette manière suit (à excessivement peu-près) la loi réciproque aux carrés des distances. Cette proposition sera discutée en détail à sa place.

Nous venons de voir les valeurs extrêmes de f, au contact et à des distances infiniment grandes: à présent, il n'est pas superflu de donner une idée des valeurs moyennes. A cet effet, multiplions dans l'équ. (82) le facteur hors des parenthèses par 8, divisons la partie incluse par 8, posons pour abréger $4\pi\omega\mu\theta = C$, $\frac{r}{a} = q$ et écrivons

$$f = C . \frac{q^2}{r^2} \cdot s, \quad \ldots\ldots\ldots (82, \textit{bis})$$

où

$$s = \frac{1}{3} q^3 + \frac{1+2}{5} q^5 + \frac{1+2+3}{7} q^7 + \frac{1+2+3+4}{9} q^9 + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{p^2+p}{4p+2} \cdot q^{2p+1} + \ldots\ldots\ldots ,$$

(p est le rang d'un terme quelconque, p ex. $p = 1$ pour le 1er terme).

Multiplions respectivement chaque terme de la série s par $\frac{1}{q} + \frac{2}{qp}$, et soient s' et f' ce que deviennent s et f dans ce cas. Pour déterminer la série s', observons que son terme général devient

$$\frac{p^2+p}{4p+2} \cdot q^{2p+1}\left(\frac{4}{q}+\frac{2}{qp}\right)=\left(p+1\right) q^{2p}$$

et partant

$$s'=2q^2+3q^4+4q^6+5q^8+\ldots\ldots\left(p+1\right) q^{2p}+\ldots\ldots$$

Faisons la somme

$$2q^2+2q^4+2q^6+2q^8+\ldots\ldots=\frac{2q^2}{1-q^2}$$

$$q^4+q^6+q^8+\ldots\ldots=\frac{q^4}{1-q^2}$$

$$q^6+q^8+\ldots\ldots=\frac{q^6}{1-q^2}$$

$$q^8+\ldots\ldots=\frac{q^8}{1-q^2}$$

. . . .

---

d'où $s'=\frac{q^2}{1-q^2}+\left(q^2+q^4+q^6+q^8+\ldots\ldots\right)\frac{1}{1-q^2}$,

c'est-à-dire,

$$s'=\frac{q^2(2-q^2)}{(1-q^2)^2}.$$

En vertu de l'équ. (82, *bis*), on a donc

$$f'=C.\frac{q^2}{r^2}, \frac{q^2(2-q^2)}{(1-q^2)^2}$$

Comme $4+\frac{2}{p}>1$, cela donne, à plus forte raison, $4+\frac{2}{p}>q$, parce que q est une fraction. Par là, $\frac{4}{q}+\frac{2}{qp}>1$ et $s'>s$.

En posant successivement $p=1,=2,=3,\ldots\ldots=\infty$, le facteur $\frac{4}{q}+\frac{2}{qp}$ acquiert toutes les valeurs, comprises depuis $\frac{6}{q}$ jusq'à $\frac{4}{q}$ inclusivement, et, comme on voit, dans des limites assez étroites. Sa plus grande valeur est $\frac{6}{q}$ et sa plus petite égale à $\frac{4}{q}$. Après cela, si l'on multiplie chaque terme de la série s par $\frac{6}{q}$, on trouve

$$s.\frac{6}{q}>s'.$$

Pareillement

$$s.\frac{4}{q} < s'.$$

On a donc

$$s > \frac{q}{6} s'$$

et

$$s < \frac{q}{4} s',$$

ce qui donne

$$f > C\frac{q^2}{r^2}.\ s'\frac{q}{6}$$

et

$$f < C\frac{q^2}{r^2}.\ s'\frac{q}{4},$$

en sorte que, dans notre exemple, la limite ascendante est $1\frac{1}{2}$ fois plus grande que la limite descendante.

Il n'entre pas dans nos vues, pour le moment, de nous occuper des limites plus resserrées.

Pour exprimer ce même exemple en nombres, contentons-nous de prendre la distance a seulement double du rayon r, ou $q = \frac{1}{2}$. Alors

$$s' = \frac{7}{9}$$

et par conséquent

$$f > \frac{\pi\omega\mu\theta}{r^2}.\ \frac{14}{216}$$

$$\text{et } f < \frac{\pi\omega\mu\theta}{r^2}.\ \frac{21}{216};$$

ou, si l'on veut introduire m et a, à la place de la densité ω et du rayon r, on aura

$$\left.\begin{aligned} f &> \frac{m\mu\theta}{a^5}.\ \frac{14}{9} \\ \text{et} \quad & \\ f &< \frac{m\mu\theta}{a^5}.\ \frac{21}{9} \end{aligned}\right\}. \qquad (84)$$

Or, puisque la force f est plus grande que la seconde partie de la première des expressions (84), il en résulte, que p. ex. pour $a = 2r$ la force f est à plus forte raison $f > \frac{m\mu\theta}{a^5}$; cela est vrai, dans tout l'intervalle depuis la surface, jusqu'à la distance infinie.

Comparez à l'équ. (83),

La Note présente sur l'état statique de *l'éther* n'est qu'une introduction à sa théorie plus détaillée, qui fera l'objet d'un des mémoires suivants.

Disons pour conclusion, que toutes les forces illimitées de l'univers matériel se réduisent à deux: *la force expansive de l'éther et la gravitation universelle,* (+ et —) [1]. L'une et l'autre agissent dans les domaines de la matière éthérée, parce que l'éther est partout, hormis l'intérieur des atomes pondérables, et qu'on ne peut pas connaître ce qui se passe dans cet intérieur. L'affinité chimique elle-même et les forces physiques moléculaires, ne se manifestent que dans les *éthérosphères* infiniment petites qui enveloppent les atomes susdits. Les forces microscopiques sont donc ensevelies dans les germes de l'existence: mais en revanche la radiation éthérée et l'attraction planétaire parcourent l'immensité de la création pour proclamer solennellement la gloire de Dieu et pour transmettre à toutes les générations futures, les deux immortelles découvertes du dix-septième siècle.

L'éther est ce protée insaisissable, qui disparait quelquefois au moment même où l'on croit s'en être emparé. Il se métamorphose sans cesse comme agent électro-dynamique etc.[2]) La diversité des phénomènes qu'ils produit est surprenante. Ainsi, la cause qui donne lieu aux différents états d'agrégation des corps, comme solides, liquides et gazeux, qui intervient si puissament dans toutes les analyses et synthèses chimiques, qui accompagne toujours et partout les grandes opérations de la vie animale et végétale,—cette même cause, ailleurs et sous une autre forme, influe sur le mouvement des comètes. Elle offre l'apparence d'antithèse et de dualité, tantôt pour l'életricité vitreuse et résineuse, tantôt pour la lumière rouge et bleue, etc., etc. Souvent, sous l'aspect pompeux d'un brillant météore, ce mystérieux principe égaie la triste solitude des nuits polaires et ailleurs dirigeant l'aiguille aimantée, il guide le navigateur sur des plages incertaines. Les reflets pourprés de l'aurore, les mirages et tant d'autres séduisantes illusions optiques, se rattachent à une seule et même loi, utilisée par la science pour découvrir des millions de soleils dans la lumière diffuse de la voie lactée et des merveilles sans nombre du monde microscopique *(natura, maxime miranda in minimis)*. Quelle profusion d'astres diamantés sur l'azur foncé du ciel! il nous

---

[1]) La force vitale sera discutée à part.

[2]) Ajoutez calorifique, lumineux, électrique, électro-magnétique, électro-chimique, magnéto-électrique, thermo-électrique, photo-électrique, catalytique, électro-dynamique musculaire et nerveux etc.

suffirait de rappeler l'imposant spectacle des nébuleuses [1]. La parole silencieuse, rapide comme la foudre, traverse les monts et les mers. Le même fluide nous charme par l'émail des fleurs, le satiné de la verdure, et roule, avec fracas, dans les nuées orageuses!

Mais l'énumération, que nous avons commencée est interminable. Cette faible esquisse ne peut donner qu'une idée très-superficielle de l'inconcevable, variété d'effets produit par une seule et même cause *(l'éther)*, aussi multiforme et complexe dans les résultats de sa manière d'agir qu'une et simple dans son essence. En présence de ces résultats grandioses, l'homme se sent bien chétif et bien petit: son orgueilleuse pensée tombe en poussière, devant la sagesse infinie de l'Être Tout-puissant.



FIN

du premier et du second Mémoire.

[1]) *Einer der deutlichsten Nebel ist der in der Andromeda. (S. Bæhner). Er hat 25″ Durchmesser und ist nur wenig elliptisch. Seine aufgelösten Sterne erscheinen im Fernrohr, wie ein Haufen Goldsand auf tiefschwarzem Grunde. Ein grösserer Stern funkelt wie ein praechtig strahlender Rubin in seiner Mitte.*

On prie de corriger les fautes remarquées: *)

Page	2	lign.	10, pint, *lisez:* point.
—	28	—	17, e cas, *lisez:* le cas.
—	31	—	>5, s_x *lisez:* $s_x = \frac{1}{a+20}$,
—	34	—	>6, conséquement, *lisez:* conséquent.
—	39	—	6, $\frac{3+5}{35}$ *lisez:* $\frac{3+5}{3.5}$.
—	43	—	8, f'*da'*, *lisez: f' da'*.
—	—	—	11, *lisez: f'*.
—	—	—	12, *lisez: f'*.
—	45	—	>3, e'st inhérente, *lisez:* est inhérente.
—	51	—	>4, à cause qe, *lisez:* à cause de
—	81	—	>5, CY. pour asymptotes, *lisez:* CY pour asymptote,
—	85	—	>3, rient, *lisez:* rien.
—	91	—	>2, l'orsqu'on, *lisez:* lorsqu'on.
—	93	—	>3, n'ont convenablement, *lisez:* n'ont pas convenablement.
—	94	—	4, un problème, *lisez:* au problème.
—	—	—	>4, une fois parvenu, *lisez:* une fois parvenue.
—	99	—	5, ou qu'on doit prendre, *lisez:* vu qu'on doit prendre.
—	100	—	9, $(x^2+h^2$, *lisez:* (x^2+h^2)
—	106	—	17, Prenons, pour fixer, les idées, *lisez:* Prenons, pour fixer les idées.
—	108	—	17, les poids spécifique. *lisez:* le poids spécifique.
—	115	—	6, l faut donc s'accorder, *lisez:* Il faut donc s'accorder.
—	—	—	14, Ce peu d'exemple, *lisez:* Ce peu d'exemples.
—	123	—	3, la tengente, *lisez:* la tangente.
—	125	—	>14, nous permet donc, *lisez:* ne nous permet donc.
—	134	—	9. ocillations. *lisez:* oscillations.
—	151	—	7, Or.puisque de la distance, *lisez:* Or, puisque la distance.
—	174	—	>10, $f'=C. \frac{q^2}{r^2}, q^2$ *lisez:* $f' = C. \frac{q^2}{r^2}. q^2$

*) Ce signe > indique les fautes des lignes d'en bas.



